

**Задачи на 3 БАЛЛА****1.** Правильный ответ: В

Диагональ разбила четырехугольник на два треугольника, у которых она является общей стороной. Для сторон треугольника должно выполняться неравенство: сумма двух, даже самых маленьких сторон, должна быть больше третьей. Подбираем возможные варианты. Из предложенных чисел можно составить только два треугольника: один – со сторонами 1, 2, 2,8, а другой – 2,8; 5; 7,5. Общей стороной является сторона длиной 2,8 – значит, это и есть искомая диагональ.

2. Правильный ответ: А

Ось симметрии есть только у одного из этих знаков – это Стрелец. Она совпадает с центральной линией «стрелки». Остальные приведенные знаки симметрией не обладают

3. Правильный ответ: Д

Фиксируем вертикальный диаметр, и серый цвет из фигур справа от диаметра переносим в равные им фигуры слева от диаметра. Закрасится полкруга, 50%

4. Правильный ответ: Б

Строим их, начиная с самого маленького: 1234, 2345, 3456, 4567, 5678, 6789. Всего 6.

5. Правильный ответ: А

Складывая пазл, получим пример 2–102. Ответ: -100

6. Правильный ответ: Б

Складываем столбиком, опираясь на решенный верно пример для двухзначных чисел, или используя сумму разрядных слагаемых.

Ясно, что $B+D=7$ или 17 , а $A+C=13$ или 12 . Для суммы четырехзначных чисел получится:

$$1000 \cdot (A+C) + 100 \cdot (B+D) + 10 \cdot (C+A) + 1 \cdot (B+D) =$$

$1000 \cdot 13 + 100 \cdot 7 + 10 \cdot 13 + 1 \cdot 7 = 13837$. Для второго варианта ответ тот же.

7. Правильный ответ: Б

По условию каждое колесико поворачивается на половину оборота. На колесике цифры: 0 и 5, 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9 - будут находиться диаметрально противоположно. Поэтому для ответа выбираем диаметрально противоположные цифры для 6348. Получим число 1893. Это вариант Б.

8. Правильный ответ: Д

Достаточно изобразить отрезками рост мальчиков, и ответ будет ясен.

Другой вариант: пусть рост Антона - x , тогда Бори - $(x+5)$, Вани - $(x+15)$, Гриши - $(x+25)$, Димы - $(x+30)$. Значит Дима выше Антона (или Антон ниже Димы, как предложено в ответах) на 30 см.

Задачи на 4 БАЛЛА

9. Правильный ответ: Г

Согласно условию, одна сторона шоколадки содержит 6 квадратов ($12 \div 2 = 6$) а другая 11 квадратов ($9 + 2 = 11$). Ясно, что отламывали от шоколадки с разных сторон плитки. Всего в плитке $11 \cdot 6 = 66$ квадратов. Съели $12 + 9 = 21$ квадрат, тогда осталось $66 - 21 = 45$ квадратов.

10. Правильный ответ: Д

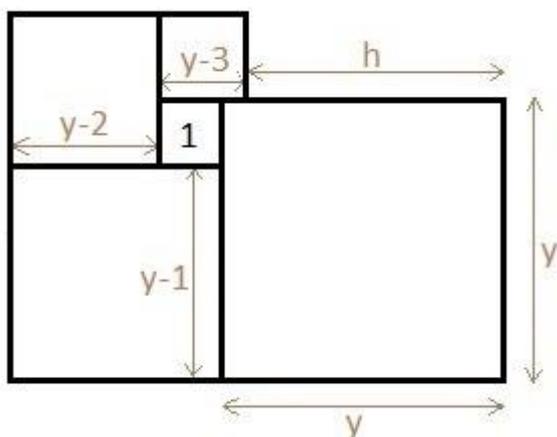
Пусть вес банки равен x , а вес воды в полной банке y .
Тогда по условию имеем: $(x + 4/5y) - (x + 1/5y) = 740 - 560$.
Отсюда находим y - вес воды в банке (y), он равен 300 г.
Теперь по первому условию получаем: $560 - 300 \div 5 = 500$ г - вес пустой банки.

11. Правильный ответ: В

Согласно условию, сторона большого квадрата будет равна 4 см (т.к. площадь равна 16 кв.см). Находим площадь белого треугольника. Его основание будет равно 2 см, и высота тоже 2. По формуле площадь одного такого треугольника равна 2 кв.см, а площади четырех таких треугольников - 8 кв.см. Тогда площадь черных фигур - это площадь большого квадрата минус площади четырех серых квадратов и четырех белых треугольников. $16 - 8 - 4 = 4$ кв.см.

12. Правильный ответ: В

Обозначим сторону самого большого квадрата как y . Тогда сторона нижнего левого квадрата будет иметь длину $(y-1)$, сторона верхнего левого - длину $(y-2)$, а верхнего справа от него - длину $(y-3)$. Используя это выражение, получим, что длина самого большого квадрата может быть записана как $(y-4)+h$. Но она же y у нас была принята за y .
Получаем: $(y-4)+h=y$. Отсюда находим, что $h=4$.



13. Правильный ответ: Б

Пусть x – количество вопросов с правильными ответами, y – с неправильными, z – вопросы без ответов.

Тогда имеем: $x+y+z=20$, $7x-4y=100$. Тогда $7x=100+4y$.

Подбираем y , учитывая, что $100+4y$ кратно 7. Подходит $y=3$. В этом случае $x=(100+4\cdot 3)\div 7=16$, а $z=20-3-16=1$.

Отметим, что также подходит $y=10$, но в этом случае $x=20$, не соответствует условию (всего 20 вопросов). Значит ответ: 1 вопрос остался без ответа.

14. Правильный ответ: В

У прямоугольника с площадью P стороны равны x и 4, значит $P=4x$. Стороны треугольника с углом 45° равны между собой и равны 4 см, и этот треугольник является половиной квадрата со стороной 4 и площадью 16 (т.к. в этом месте лист согнут в два слоя). Площадь Q в 2 раза меньше площади P и будет равна $4x\div 2=2x$. Площадь всего прямоугольника равна $13\cdot 4=52$. Тогда получаем: $4x+2x+16=52$. Отсюда находим, что $x=6$.

15. Правильный ответ: Д

Пусть в корзине лежит $2A$ яблок, и такое же количество фруктов получила Кристи. Пусть у нее x яблок, тогда груш ($2A-x$). Лили получила A фруктов, у нее яблок ($2A-x$), и их количество равно количеству груш у Кристи.

16. Правильный ответ: В

Данная дробь - a/b . Новая дробь, которую получили увеличением числителя на 40% - $1,4a/xb$ и она вдвое больше исходной.

Получим: $2a/b=1,4a/xb$.

Отсюда $2axb=1,4ab$. Получаем, что $x=0,7$.

Это означает, что $x=70\%$ от b . Значит, знаменатель b уменьшили на 30%

Задачи на 5 БАЛЛОВ

17. Правильный ответ: Г

Вершина пирамиды – D. Второй ряд содержит ядра с буквами A,B,C. Третий ряд – ядра с буквами B,E,D,C,E,A. Четвертый ряд – D,E,C,A,E,B,C,B,A и невидимое ядро с неизвестной буквой. Так как каждая буква должна присутствовать на 4 ядрах, то проверяем и находим, что не достаает метки D.

18. Правильный ответ: Б

Число 1ABCDE умножаем на 3 столбиком. При умножении E на 3 на конце 1, значит, E=7, запоминаем 2.

D умножаем на 3 и прибавляем 2, на конце 7, значит, D=5, запоминаем 1.

C умножаем на 3 и прибавляем 1, на конце 5, значит, C=8, запоминаем 1.

B умножаем на 3 и прибавляем 2, на конце 8, значит, B=2

A умножаем на 3, на конце стоит 2, значит, A=4, запоминаем 1.

1 умножаем на 3 прибавляем 1, получим 4 – это A.

Все сошлось. Число 142857. Сумма его цифр равна 27.

19. Правильный ответ: Б

Задача на принцип Дирихле. Сумму всех фишек примем за x. Тогда наименьшее количество фишек каждого цвета будет равняться:

$x-26$ = зеленые

$x-24$ = красные

$x-21$ = синие

$x-16$ = желтые.

Складывая, получим уравнение: $4x-87=x$, откуда получаем, что $x=29$ – наименьшее количество фишек.

20. Правильный ответ: Г

10 шестиугольников на видимой части мяча и столько же на невидимой. Всего 20.

21. Правильный ответ: Г

Возможны два случая отбора для образования пар: один случай - 20 рыцарей и 2000 лжецов, второй случай - 21 рыцарь и 1999 лжецов. Рассмотрим первый вариант: 20 рыцарей и 2000 лжецов. Возможно три варианта пар: (лжец, лжец) – пусть x пар, (лжец, рыцарь) = $(2000-2x) \div y$ – y пар по количеству рыцарей, которые вошли в эту пару; (рыцарь, рыцарь) – $(20-y) \div 2$ пар.

Первая пара назовет рыцарями $2x$ человек, лжецами никого; вторая пара назовет лжецами $(2000-2x+y)$ человек, рыцарями никого; третья пара назовет рыцарями $(20-y)$ человек, лжецами никого. Всего 1010 пар, 20 человек названы лжецами и 2000 человек названы рыцарями, составляем уравнения:

$$x+y+(20-y) \div 2 = 1010$$

$$2x+20-y=2000$$

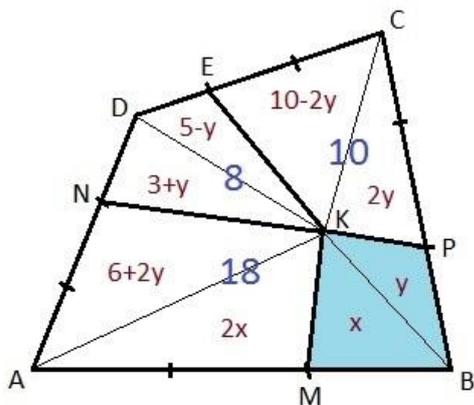
$$2000-2x+y=20.$$

Решая их, получим $x=995$ – столько было пар лжецов.

Второй случай не подойдет, так как x получится не целым числом, что противоречит условию.

22. Правильный ответ: В

Соединим точку K со всеми вершинами четырехугольника, тогда образуется 8 треугольников. Будем сравнивать их площади, применяя свойство площадей треугольников: площади треугольников, у которых высота одинаковая, относятся как основания. Площадь треугольника MKB (см. рисунок в первом комментарии) примем за x , а площадь треугольника BKP за y . На рисунке указаны площади других треугольников, выраженные через x и y . Нужно найти $(x+y)$. Используя четырехугольник с площадью 18, получим уравнение: $6+2y+2x=18$, откуда $x+y=6$.



23. Правильный ответ: Б

Считаем окрашенные грани. Они будут у 8 кубиков в вершинах и у 3 кубиков на одном ребре, кроме тех, которые образуют вершины. Итого на всех ребрах получится $3 \cdot 12 = 36$ кубиков. Внутри каждой грани останется 9 покрашенных кубиков, которые не в вершинах и не на сторонах. Тогда во всех гранях $9 \cdot 6 = 54$ кубика. Складываем и получаем общее количество интересующих нас кубиков: $8 + 36 + 54 = 98$.

24. Правильный ответ: Г

Точка пересечения вершин всех треугольников является общей вершиной 5 равных углов, сумма которых 360 градусов. Тогда один угол равен $360 \div 5 = 72$ градуса. Другой острый угол треугольников будет равен $90 - 72 = 18$ градусов. Чтобы построить звезду нужно $360 \div 18 = 20$ треугольников.