СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 2 тур. 23 октября 2022

7 класс

1. На острове живут два племени: Рыцари, которые всегда говорят правду и Лжецы, которые всегда лгут. Вечером у костра собрались 15 жителей острова, среди которых были и рыцари, и лжецы. Десять из них сказали: «Если сейчас придет один представитель не моего племени, то рыцарей и лжецов среди нас станет поровну». Оставшиеся пятеро сказали: «Рыцарей среди нас больше половины».
Сколько рыцарей было у костра?
(Найдите все возможные ответы и докажите, что других нет.)

2. В вершинах шестиугольника написали различные натуральные числа, а на каждой стороне — НОК чисел, написанных на ее концах. **Могло ли оказаться, что все числа на сторонах равны?** (Если да, то приведите пример чисел, написанных в вершинах, если нет, то объясните почему такого быть не может)
(Наименьшее общее кратное (НОК) для нескольких чисел – это наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из этих чисел)

3. Петя и Вася бегали кросс. Вася бежал с постоянной скоростью, а Петя первые две трети пути бежал со скоростью, в пять раз больше Васиной, а последнюю треть - со скоростью, в четыре раза меньше Васиной. **Кто из ребят прибежал первым?**

4. Маша нарисовала квадрат по клеточкам. Катя вырезала из него другой квадрат по клеточкам. При этом от Машиного квадрата не вырезанными остались 7 клеточек.
Чему равна сторона Машиного квадрата?
Найти все варианты и доказать, что других вариантов нет!

5. У Мальвины был набор из 6 гирек: 2 гирьки массой 1 грамм, 2 гирьки массой 2 грамма и 2 гирьки массой 3 грамма. Все гирьки на вид одинаковые. На каждой из них была наклеена этикетка с указанием веса. Буратино отклеил от двух гирек разной массы этикетки и поменял их местами. Мальвина знает об этом и хочет выяснить, на каких гирьках Буратино переклеил этикетки.
Как ей этого добиться, сделав два взвешивания на чашечных весах, которые показывают, на сколько граммов одна чаша тяжелее другой?

6. Разрежьте квадрат 6x6 на несколько клетчатых фигур (не обязательно одинаковых) так, чтобы любой вертикальный или горизонтальный разрез, идущий по линиям сетки, разрезал ровно 2 фигуры.

7. В Зазеркалье немного сумасшедшие часы. Стрелки движутся равномерно, но часов в сутках больше и за час минутная стрелка не обязана делать ровно один оборот. В начале дня стрелки совпадают. Когда минутная стрелка впервые догнала часовую, она сдвинулась на 45 делений. А когда догнала ее в 13 раз, часовая стрелка как раз сделала второй оборот и день закончился. **Сколько часов в сутках в Зазеркалье (сколько делений на часах)?**

8. Ребята играют в настольную игру “Побег из лабиринта”. Чтобы победить надо переместить свою фишку точно на поле «Цель». Каждый ход одновременно бросают два кубика. Персонаж перемещается к цели на сумму двух выпавших чисел. *(Используются обычные игральные кости с номерами от 1 до 6)*

Лев подсчитал, что следующим ходом он выиграет с вероятностью 1/9. **На каком расстоянии он находится от Цели? Найдите все возможные значения.**

Вероятность - отношения количества благоприятных исходов к общему их количеству.