СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 2 тур. 26 февраля 2023

6 класс

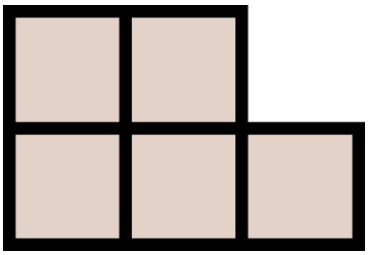
1. Баба-Яга пожалела старого дракона и попросила у предсказателя мешочек с молодильным яблочком, которое восстанавливается в мешочке 1 раз в день. Причем в первый месяц дракон сможет омолодиться (т. е. уменьшить свой возраст) каждый день на 48 часов, во второй месяц дракон сможет омолодиться каждый день на 36 часов, а в третий месяц дракон сможет омолодиться каждый день на 30 часов.
На сколько дней, а может ещё и часов, омолодится старый дракон по сравнению с днём, когда он начал есть яблоки, если он будет есть в день 1 яблочко в течении трёх месяцев, начиная с 1 февраля 2024 года?
Мешочек почему-то соблюдает календарные месяцы.
Заметьте, что, уменьшая возраст, яблоки не влияют ни на какие другие процессы в мешочке и в жизни дракона.

2. Существуют ли семизначное число А и четырехзначное число В такие, что в записи А есть только цифры 3, 6, 9, и 0, а произведение А*В записывается только цифрами 2 и 5?

3. В школе Логики есть два шестых класса. Девочка Таня сказала, что у нее 11 одноклассниц, а мальчик Вова заметил, что 11 мальчиков-шестиклассников не учатся вместе с ним. Известно, что мальчиков больше, чем девочек, а количество учеников в классах различается не более, чем на 2, при этом, в 6 «А» не меньше учеников, чем в 6 «Б».
Сколько учеников в 6 «А», если всего в школе Логики учится 48 шестиклассников?

4. На столе лежат 2 кучки по 10 конфет. Двое по очереди играют в игру. За один ход можно взять 1 или 2 конфеты из какой-то одной кучки или по 1 конфете из обеих. Выигрывает тот, кто возьмёт последние конфеты.
Кто выиграет при правильной игре и какая может быть стратегия выигрыша?

5. На картинке изображена выкройка сапога.
У Ухти-Тухти есть клетчатая ткань 5х77 клеток.
Может ли она разрезать ее на выкройки нескольких сапог, так, чтобы лишней ткани не осталось, если резать можно только по линиям клеток?
(Выкройка– это шаблон, по которому детали одежды наносятся на ткани перед вырезанием.)



6. Волшебник страны Оз выписал подряд идущие натуральные числа от 1 до какого-то четного n. Каждую минуту он выбирает из этого ряда три любых числа. В результате его колдовства, к первому числу прибавляется разность второго и третьего, ко второму – разность третьего и первого, к третьему – разность первого и второго. **Может ли Волшебник сделать все числа равными?**

7. Петя и Вася бегают в спортзале, стартовав из одной точки. Когда Петя пробежал ровно 6 кругов, Вася впервые догнал его, и мальчики побежали в другую сторону. Петя увеличил свою скорость на 6 км/ч и, пробежав 6 кругов, впервые догнал Васю.
С какой скоростью бегал Вася, если она была у него постоянной?

8. Однажды Павел Донатович решил устроить за один урок три контрольные по физике. При этом он великодушно не поставил никому три кола, однако каждый ученик получил кол хотя бы за одну контрольную. После этого директор школы приказал дать возможность всем детям исправить все их колы.
Докажите, что учитель сможет рассадить учеников на переписывании по двое за парту так, чтобы соседи не могли списывать друг у друга.