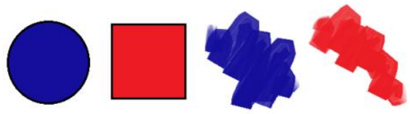
*3-я Олимпиада, Осень 2018*

## 3-4 класс

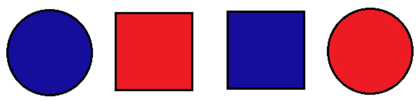
### Задача 1.

***В мешке лежат фигуры: круглые и квадратные, красные и синие. Ника достала 4 разные фигуры и выложила их в ряд так, чтобы цвета чередовались. Докажите, что в этом ряду рядом лежат две фигуры одинаковой формы.***

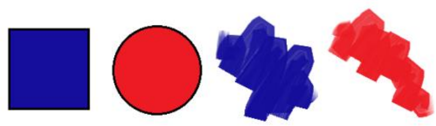
Чтобы цвета чередовались, фигуры должны лежать либо в порядке *синий, красный, синий, красный,* либо *красный, синий, красный, синий*. Заметим, что эти случаи аналогичны: второй – это первый, прочитанный с конца. Тогда, рассмотрим случай, когда фигуры лежат в порядке: *синий, красный, синий, красный*. Если первая фигура – круг, то чтобы фигуры чередовались, вторая – красный квадрат:



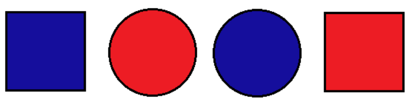
После квадрата должен быть круг, но синий круг уже есть, значит, на третье место придётся поставить синий квадрат, тогда на четвёртое – красный круг:



Мы получили, что 2 квадрата стоят рядом. Если первая фигура – квадрат, то вторая – красный круг:



Аналогичными рассуждениями, получим, что фигуры стоят в следующем порядке:

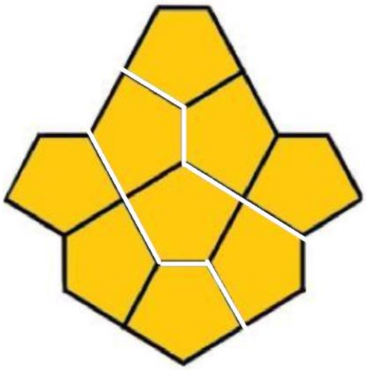


Таким образом, мы убедились, что в ряду рядом лежат 2 фигуры одинаковой формы.

### Задача 2.

***Раздели фигуру по линиям «сетки» на три равные по форме и размеру части.***

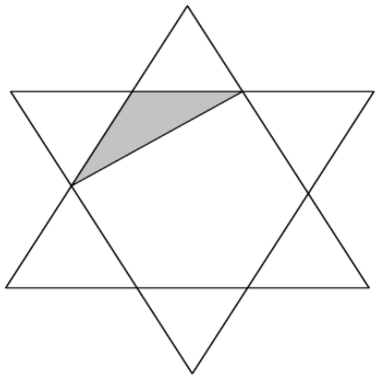
Всего в фигуре 9 клеточек. Значит, в каждой части будет по $9 : 3 = 3$ (клетки). Заметим, что справа и слева у фигуры есть «торчащие» клеточки. Также заметим, что фигура симметрична относительно трёх центральных клеток. Попробуем разрезать на змейки:



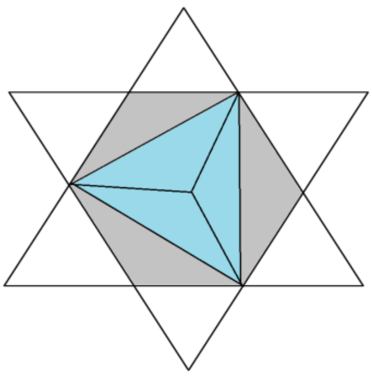
Эти змейки одинаковые и по форме, и по размеру, причём совместить среднюю фигуру с остальными возможно не движением, а переворотом. Значит, мы нашли способ разрезать фигуру на 3 равные части.

Задача 3.

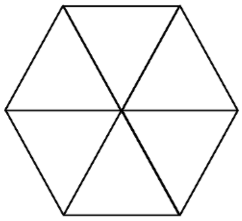
***Площадь закрашенного треугольника равна 1. Найдите площадь всей звезды. Шестиугольник правильный, «лучи» звезды — равносторонние треугольники.***



Заметим, что правильный шестиугольник можно разбить на «серые» треугольники следующим образом:



То есть, площадь шестиугольника равна 6 площадям серого треугольника и равна: $6 \cdot 1 = 6$. Также заметим, что из 6 треугольников, находящихся вне шестиугольника, тоже можно сложить тот же шестиугольник:

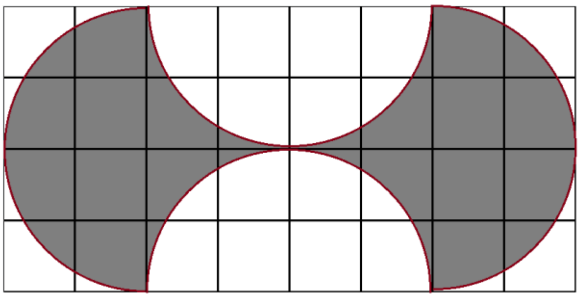


То есть, сумма площадей треугольников равна 6. Тогда, площадь всей звезды: $6 + 6 = 12$.

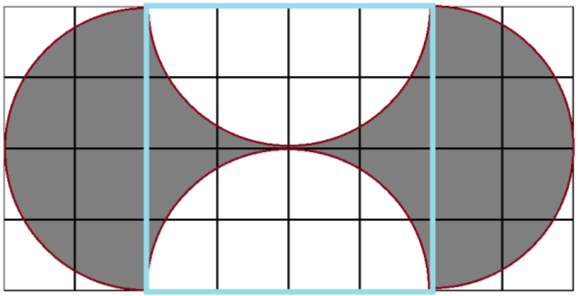
<u>Ответ:</u> 12.

Задача 4.

***Найдите площадь (в клетках) всей серой области.***



Перерисуем картинку в виде:



Заметим, что внутри голубого квадрата из белых клеток можно сложить такой же круг, как из серых клеток вне квадрата. Кроме того, из белых клеток вне квадрата получится такая же фигура, как из серых клеток внутри голубого квадрата. Тогда, в наш прямоугольник помещается (по площади) ровно 2 серых фигуры. Найдём общую площадь прямоугольника: $4 \cdot 8 = 32$ (клетки). Тогда, у серой фигуры, площадь которой равна половине всего прямоугольника, площадь равна: $32 : 2 = 16$ (клеток).

<u>Ответ:</u> 16 клеток.

Задача 5.

***В мешке лежат 12 конфет: шоколадные, мармеладные и мармеладно-шоколадные. Известно, что среди любых 5 конфет найдётся та, в которой есть мармелад. Среди любых 6 конфет найдётся та, в которой есть шоколад. Какое наименьшее число мармеладно-шоколадных конфет может быть в мешке?***

Среди любых 5 конфет найдётся та, в которой есть мармелад. Значит, без мармелада меньше 5 конфет (4, 3, 2, 1 или 0). Среди любых 6 есть такая конфета, в которой есть шоколад. Значит, без шоколада не больше 5 конфет. Чтобы мармеладно-шоколадных конфет было наименьшее количество, нужно сделать максимальное количество чисто шоколадных и чисто мармеладных конфет. Обозначим Ⓜ - мармеладные конфеты, Ⓒ - шоколадные конфеты. Всего у нас 12 конфет. Используя условия, что конфет без мармелада не больше 4, а без шоколада не больше 5:

ⓂⓂⓂⓂⓂⓂⓂⓂ◯◯◯◯

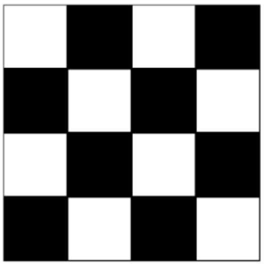
◯◯◯◯◯ⒸⒸⒸⒸⒸⒸⒸ

Из рисунка видно, что мармеладно-шоколадных конфет не может быть меньше 3 (перекрытие первой и второй строк).

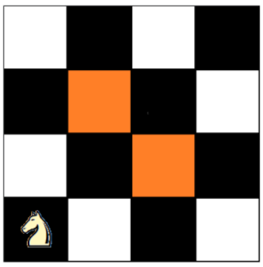
Ответ: 3 конфеты.

Задача 6.

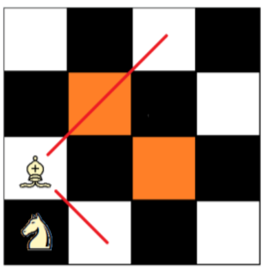
***Расставьте на поле 4х4 ферзя, слона, коня, ладью и короля так, чтобы они не били друг друга.***



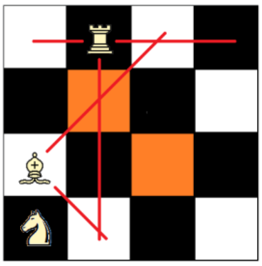
Ферзь может ходить во всех направлениях на любое количество клеток. Слон ходит по диагонали. Конь ходит «буков Г». Ладья ходит вверх, вниз, направо или налево по прямым линиям. Король умеет ходить только на соседние клетки от той, на которой он стоит. Попробуем поставить коня в угол. Обозначим оранжевым цветом клетки, которые он бьёт:



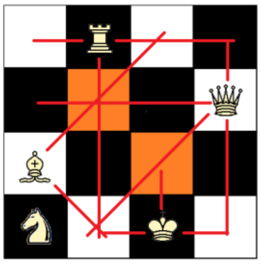
Рядом с конём можно поставить фигуру, которая его не будет бить, то есть такую фигуру, которая ходит только по диагоналям. Эта фигура – слон, обозначим клетки, которые он бьёт:



Заметим, что во втором и третьем столбцах уже бьются по 2 клетки. Попробуем поставить ладью во второй столбец:



Осталось поставить короля и ферзя. Это можно сделать, например, следующим образом:



Итак, фигуры на поле можно расположить так: