



СИСТЕМАТИКА

XV олимпиада по математике. 1 тур

8 класс

Задача №1

Известно, что n - натуральное число. Какое наибольшее значение может принимать $\text{НОД}(5n+16, 7n+19)$?

Варианты ответа:

- (А) 1
- (Б) 3
- (В) 16
- (Г) 17
- (Д) 19
- (Е) 35

Задача №2

Робот Фёдор вычислил значение выражения $20! \cdot 24$. Робот Пётр повторяет одну и ту же операцию: выбирает какую-то цифру числа, вычёркивает её и прибавляет к полученному результату. Например, если на каком-то шаге Пётр получит число 2025, он может вычеркнуть двойку, прибавить её к результату и получить $205+2 = 207$. Пётр проделывает эту операцию много-много раз, выбирая вычёркиваемые цифры случайным образом.

Какое число он точно НЕ может получить ни на каком из шагов?

Варианты ответа:

- (А) 2025
- (Б) 387
- (В) 2024
- (Г) 4050
- (Д) 279

Задача №3

В конструкторе «Геометрия на палочках» есть палочки длины 1, 2, 3 и 4, по три палочки каждой длины.

Сколько различных треугольников можно собрать из этого конструктора?

Варианты ответа:

- (А) 22
- (Б) 13
- (В) 10
- (Г) 9
- (Д) 16

Задача №4

Периметр прямоугольного треугольника равен 30, а длины всех его сторон являются целыми числами. Чему равна площадь треугольника?

Варианты ответа:

- (А) 30
- (Б) 28
- (В) 32,5
- (Г) 28,5
- (Д) 24

Задача №5

Криптоаналитик Никита нашёл способ инвестировать деньги так, что в результате вложенная сумма либо увеличится, либо уменьшится на некоторый фиксированный процент. Никита вложил 125 рублей по этому методу, но сумма уменьшилась. Тогда он взял полученную сумму и вложил снова. Она уменьшилась вновь. После этого он опять её вложил, и она увеличилась. Наконец, Никита в четвёртый раз вложил полученную сумму, и она опять увеличилась. В результате у Никиты осталось 115 рублей и 20 копеек.

Чему равен тот фиксированный процент, на который сумма увеличивается или уменьшается за одно вложение?

Задача №6

Катя выписала все числа, состоящие из тридцати одной семёрки и одной тройки. Сколько среди чисел Кати не делятся ни на 11, ни на 37?

Варианты ответа:

- (А) 14
- (Б) 13
- (В) 11
- (Г) 10
- (Д) 9

Задача №7

Матвей выписал всевозможные дроби (правильные и неправильные), числителями и знаменателями которых являются различные целые числа от 1 до 8. Дроби, значения которых меньше $\frac{1}{2}$, он подчёркнул чёрным, а остальные - красным. На сколько дробей, подчёркнутых красным, больше, чем подчёркнутых чёрным?

Варианты ответа:

- (А) на 28
- (Б) на 30
- (В) на 31
- (Г) на 32
- (Д) на 33

Задача №8

От Палкино до Скалкино проходит шоссе длиной 100 км. Велосипедист едет в гору в два раза медленней, а под гору в два раза быстрее, чем по ровному участку дороги.

Сколько километров он проехал по ровной дороге, если и в гору, и под гору он проехал одинаковое количество километров, при этом, ровно $\frac{1}{6}$ времени своей поездки он ехал под гору?

(продолжение задачи №8)

Варианты ответа:

- (А) 10
- (Б) 20
- (В) 30
- (Г) 40
- (Д) 60

Задача №9

В игровой комнате детского сада «Геометрёнок» решили постелить два ковра. Но в доставке привезли ковры неправильного размера, поэтому воспитательница Татьяна Николаевна пытается по разному положить их в комнате. Оказалось, что стороны ковров целые и меньше длины любой стены, а также что если положить ковры вдоль любой стены так, чтобы углы разных ковров лежали в разных углах комнаты, а длинные стороны ковров были параллельны длинным стенам комнаты, площадь пола, накрытого коврами в два слоя, будет всегда одинаковой и ненулевой.

Чему равна минимальная площадь участка пола, который никак не получится покрыть коврами, если комната имеет размеры 9×12 метров? Ответ укажите в квадратных метрах.

Задача №10

У Алисы есть бумага для оригами двух её любимых цветов: тёмно-синего и чёрного. Она хочет сложить пять различных фигурок так, чтобы среди них была хотя бы одна тёмно-синяя и хотя бы одна чёрная фигурка.

Сколькими способами она может это сделать?