



СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 2 тур. 27 октября 2024

6 класс

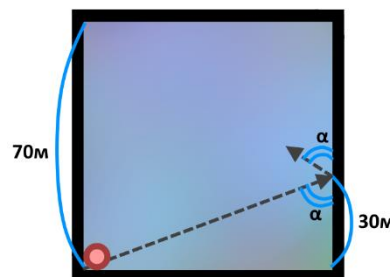
1. Девочки Маша и Даша придумали два различных четырёхзначных числа, которые делятся на 9. Оказалось, что у обоих чисел первая цифра – двойка, вторая цифра – тройка, и последние цифры тоже совпадают.

Перечислите все возможные пары таких чисел и объясните, почему других нет.



2. Шайбу запускают из угла поля величиной 70x70 метров. Она скользит по льду (не снижая скорости), и после удара о стенку на расстоянии 30 метров от угла поля (см. картинку) отскакивает (всегда) под тем же углом и с той же скоростью.

Через сколько отскоков шайба вновь окажется в углу?



3. 1 января в некотором банке планируется взять кредит в размере 1 млн. рубле на три года на следующих условиях: в конце каждого года (31 декабря в 23:58) остаток текущего долга возрастает на 25%, а уже 31 декабря в 23:59 нужно погасить часть долга. Все платежи по кредиту одинаковы. Всего их 3, по одному в год.

Какой должен быть платеж по кредиту, чтобы долг был погашен в срок?

4. Леонардо Ф. хочет замостить дорожку перед своим домиком в городе П. Для этого у него есть плитки размером 50x100 сантиметров. Известно, что дорожка прямая, имеет длину 4 метра и ширину 1 метр.

Сколькими способами Леонардо может замостить дорожку, если плитки нельзя резать на части?



5. Есть трёхзначное число. Катя, Рома, Саша и Женя сказали про него:

Катя: число оканчивается цифрой 5 и число начинается с чётной цифры

Рома: число не делится на 10, и если его умножить на 2, оно не будет делиться на 5

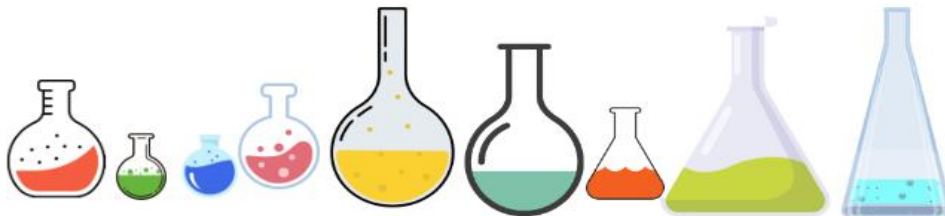
Саша: число в 4 раза больше суммы своих цифр и число делится на 15

Женя: у числа последние две цифры одинаковые и первая цифра 2. Оказалось, что каждый человек ровно один раз соврал и ровно один раз сказал правду. **Что же это за число?**



6. Перед вами 9 колбочек с жидкостями. В каждой колбе изначально разное количество жидкости: 2л, 4л, 1л, 5л, 6л, 9л, 8л, 7л, и 3л. За один ход можно выбрать две любые колбочки и перелить из них одинаковое количество жидкости в какую-то третью (Например, можно выбрать 1 и 2 колбочки и перелить по 1л в третью). Размеры колб такие, что могут вместить жидкость из всех сосудов.

Можно ли за 5 таких ходов перелить все жидкости в одну колбу? Если можно, приведите пример.



7. Алексисос попал в ловушку Сфинкса, чтобы пройти мимо, придется обыграть его в его игре: есть полоска 2×20 игроки по очереди заполняют ее фигурками. Сфинкс ставит квадратики 2×2 , а Алексисос - трёхклеточные уголки, которые можно поворачивать и переворачивать. Сфинкс ходит вторым, проигрывает тот, кто не может сделать ход.
Придумайте как Алексисосу победить в любом случае, как бы ни ходил мудрый Сфинкс.

8. В некотором месте учатся пять хвастливых математиков. Однажды каждого из них спросили про успехи их коллег в олимпиадах. Известно, что каждый хвастливый математик преуменьшает заслуги других, чтобы самому казаться лучше, то есть любой математик возьмёт реальное количество олимпиад, в которых победил его коллега, и вычтет из этого количества своё любимое число. Любимое число у каждого математика может отличаться от любимых чисел коллег, но любить своё число он будет всю жизнь. Однажды этим математикам задали вопрос: "Сколько олимпиад выиграл этот твой коллега?" - причём оказалось, что вопрос этот задали каждому и про каждого (кого-то одного) по одному разу. Последовали ответы: 7, 5, 8, 10, 6. А потом им снова задали этот же вопрос, но уже указали на других коллег, хотя снова оказалось, что спросили у каждого и про каждого по одному разу. Первые четверо дали ответы 6, 4, 7, 11.

Что мог ответить пятый?