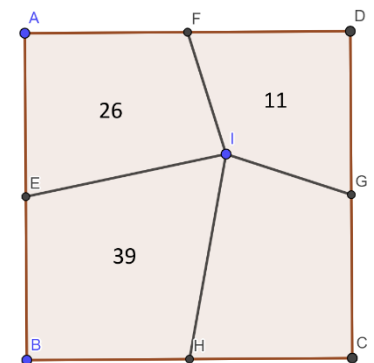




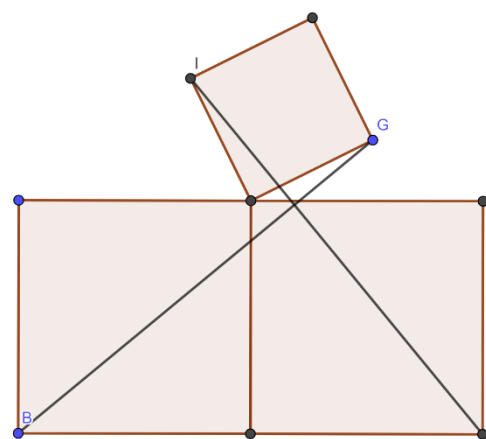
1. В остроугольном треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  отметили точку  $M$  и провели из нее перпендикуляры  $MN$  и  $MP$  к сторонам  $AB$  и  $BC$  соответственно. Из точки  $C$  провели высоту  $CH$ . На стороне  $AC$  отметили такую точку  $D$ , что  $\angle HCA = 2\angle AHD$ . Оказалось, что  $DC = MN + MP$ . **Доказать, что треугольник  $ABC$  равнобедренный**
2. Шестизначное число заканчивается на цифру 7, а если эту цифру переставить с последнего места на первое, число увеличится в 4 раза. **Чему было равно изначальное число?**

3. На рисунке изображён квадрат  $ABCD$ . Точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  являются серединами сторон квадрата. Внутри трёх четырёхугольников указана их площадь. **Найдите диагональ исходного квадрата. В ответе укажите квадрат этого числа.**



4. Круг разбит на 8 одинаковых секторов. Будем называть маленьким кусочек, равный одному сектору круга (с углом  $45^\circ$ ), а большим - кусочек, равный двум склеенным секторам круга (с углом  $90^\circ$ ). Замощением называется способ положить большие и маленькие кусочки на круг так, чтобы края кусочков совпадали с линиями разреза на круге, а сами кусочки покрывали круг целиком и в один слой. Если два замощения можно совместить поворотом, мы всё равно будем считать их различными. **Сколько различных замощений круга существует?**

5. Начинаящие грузчики Ваня и Женя сложили три кубических ящика в кузов машины, как получилось (как именно получилось - смотрите на рисунке), причём угол маленького ящика лежит ровно на углах больших ящиков. Известно, что объём нижних ящиков одинаковый, а объём верхнего - в два раза меньше. Чтобы верхний ящик не упал в пути, Ваня и Женя привязали его углы к углам нижних ящиков верёвками, как показано на рисунке. Известно, что длина верёвки  $BG$  равна 256 сантиметров. **Чему равна длина верёвки  $IE$ ?**



6. Хоккеист Никита запустил шайбу из левого нижнего угла прямоугольного поля. Шайба прилетела в правый борт, отскочила от него, ударилась о верхний борт, потом ударилась о левый борт, и, наконец, прилетела точно в правый нижний угол. Известно, что при каждом отскоке шайба отлетала от борта под тем же углом, под которым прилетела в него. Длина нижнего борта поля равна 15 метров, а общее расстояние, которое пролетела шайба, равно 51 метр. **Чему равна длина правого борта поля?**



7. В прошлом году математику Джону раз в месяц снилось некоторое натуральное число, причём каждый раз новое. В новогоднюю ночь Джон записал все двенадцать приснившихся ему чисел на листе бумаги. Верно ли, что среди них всегда можно выбрать четыре различных числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  так, чтобы произведение  $(a-b) \cdot (c-d)$  делилось на 99?

8. В строку в порядке возрастания выписаны двадцать ненулевых чисел, из которых ровно  $p$  положительных. Число  $a$  стоит на шестом месте, считая от начала строки. Затем все числа заменили на обратные по умножению к ним (то есть каждое  $x$  заменили на  $1/x$ ), и полученный список из 20 чисел вновь упорядочили по возрастанию. **На каком месте оказалось число  $1/a$ ?**