



СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 30 января 2022

7 класс

1. Чему равна разность самого маленького семизначного палиндрома, в записи которого есть как минимум 3 различных цифры, и третьего по величине шестизначного палиндрома?
(Палиндром – это число, которое читается в обе стороны одинаково: например, 1233321)
2. Первые 10 натуральных чисел разбили на 2 набора. Перемножили внутри каждого набора и результаты разделили один на другой. В результате получилось некоторое минимально возможное число.
Сколькими способами указанные числа могли быть разделены для получения такого результата?
Порядок чисел в группах не важен, важен их состав.
3. Найдите 2022-значное число без нулевых цифр, делящееся на свою сумму цифр
4. Двое играют на клетчатом поле 2×8 . Каждый игрок в свой ход может раскрасить бесцветную область в свой цвет. Причем первый красит красным цветом одну клетку, второй – зеленым цветом две соседние по стороне клетки. Игрок, не имеющий хода, **пропускает** его. Игра заканчивается, когда всё поле закрашено. Победителем считается тот, клеток чьего цвета в итоге больше.
Докажите, что у каждого игрока есть ничейная стратегия, т. е. стратегия мешающая победить сопернику.

5. У состоятельного Крота есть 5 кг желудей, гиря 200 г и чашечные весы.

Как ему за 3 взвешивания отмерить 1 кг желудей?

6. Докажите, что $111^3 + 222^3 + 333^3 + 444^3$ делится на 5.

7. Можно ли составить выражение, значение которого равно 122, используя для этого не более пяти единиц (другие цифры использовать нельзя), а также операции сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и скобки?

8. Иван Царевич в поисках Марьи Моревны подошел подземелью Кощея (он может зайти в одну дверь, а из другой выйти). В подземелье лежат ключи от дверей, за которыми спрятана Марья Моревна.



Какое наибольшее число ключей он сможет собрать, если нельзя проходить ни один участок больше одного раза, включая перекрестки (иначе шаткий пол провалится под ногами и придется лететь прямо до центра Земли)?

9. Семь гномов каждое утро идут на работу один за другим в разном порядке. Но всегда Чихун раньше Ворчуна, Весельчак раньше Сони, Скромник раньше Умника. После того, как все такие возможные комбинации заканчиваются, гномы уходят в спячку на полгода, после чего снова возвращаются к работе по тем же правилам.



Сколько дней гномы работают подряд?