



СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 30 января 2022

8 класс

1. По кругу стоят 20 жителей острова Рыцарей и Лжецов. Десять из них (не обязательно подряд идущих) сказали: «Среди людей, стоящих через одного человека от меня, есть лжец». Другие десять сказали: «Среди людей, стоящих через два человека от меня, есть лжец».
Какое наибольшее количество лжецов могло быть среди них?
(Примечание: Каждый обитатель этого острова является либо рыцарем, либо лжецом. Рыцари всегда говорят правду (то есть высказывают только истинные утверждения), лжецы всегда лгут (то есть их высказывания всегда ложны).)
2. Существует ли такой прямоугольник, у которого значение периметра в см вдвое больше значения площади в квадратных м?
3. Можно ли составить выражение, значение которого равно 2050, используя для этого не более семи единиц (другие цифры использовать нельзя), а также операции сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и скобки?

4. В равнобедренном треугольнике ABC (с основанием AC) на стороне AB отметили точку M, а на стороне BC – точку N. Оказалось, что отрезок MN перпендикулярен стороне BC и $AM=MN$. Найдите угол NAC.
5. К 2490 году была закончено терраформирование Венеры и Марса, и они стали пригодны для постоянного проживания. В результате операций терраформирования сутки и на Венере, и на Марсе стали равны 24 земным часам. Венерианский год стал равен 224 земным суткам, а марсианский 690 земным суткам.
1 января 2491 года, и это был понедельник, началось летосчисление по венерианским и марсианским календарям.
Венерианский год состоит из:
7 месяцев по 32 дня, каждый месяц состоит из 8 недель по 4 дня каждый.
Марсианский же состоит из:
23 месяцев по 30 дней, каждый месяц состоит из 5 недель по 6 дней.
Даты записываются так:
Земной календарь 2491-02-13 — 2491 год, Февраль месяц, 13 число (и это будет вторник)
Венерианский календарь V01-07-32 — первый Венерианский год, 7й месяц, 32й день.
Марсианский календарь M01-15-30 — первый Марсианский год, 15й месяц, 30й день.
Дни недели на Венере и Марсе пока не имеют названий и просто обозначаются — 1й, 2й и т. д.
- Для даты M01-17-28 установите: День недели на Земле? Дата на Венере?
Для даты V02-07-15 установите: Дата на Земле? День недели на Марсе?

6. Елена Вениаминовна испекла огромный каравай хлеба. Самурай Михаил Исаакович несколькими ударами своей катаны высек из него два совершенно одинаковых куска, при этом куски не содержали ни кусочка корки каравая.

Мог ли Михаил Исаакович обойтись:

а) 6 ударами?

б) 5 ударами?

7. В XIX — XX веках Россией правили 6 царей династии Романовых. Вот их имена и отчества по алфавиту: Александр Александрович, Александр Николаевич, Александр Павлович, Николай Александрович, Николай Павлович, Павел Петрович. Один раз после брата правил брат, во всех остальных случаях после отца — сын. Как известно, последнего русского царя, погибшего в Екатеринбурге в 1918 году, звали Николаем.

Найдите порядок правления этих царей.

8. Два чудака играют в следующую игру. Изначально имеется большой круглый блин (радиуса больше 1 км). Каждым ходом на этот блин Михаил Исаакович помещает 2013 бесконечно маленьких вишенок, после чего Сергей Эрнестович проводит ножом прямолинейный разрез всего блина. Сергей Эрнестович желает получить цельный кусок блина в виде многоугольника, в котором бы не было ни одной вишенки (даже на границе). К сожалению, Сергей Эрнестович подслеповат и не видит в каких местах блина вишенки оказались.

Сможет ли он добиться желаемого, если Михаил Исаакович будет ему препятствовать?

9. Аня записала три последовательных натуральных числа. Оказалось, что для этого ей понадобились только три различные цифры, причем одна из этих цифр была использована ровно 9 раз и присутствовала минимум в 2-х из этих чисел.

Приведите первую тройку чисел, удовлетворяющую условию задачи, и докажите, что меньше числа использовать нельзя.