



1. Два натуральных числа a и b назовём дружественными к друг другу, если для чисел $x = \text{НОД}(a, b)$, $y = a/x$ и $z = b/x$, существует невырожденный треугольник с длинами сторон x , y и z . **Опишите все пары натуральных дружественных чисел** таких, что треугольники со сторонами x , y и z , будут равнобедренными.
2. Есть карточки с числами 123, 124, 134, 234 (с каждым числом - сколько угодно карточек). **Можно ли** разложить их по кругу так, чтобы у каждой пары чисел, стоящих рядом, была одинаковая цифра, и каждая пара чисел с одинаковой цифрой встречалась рядом ровно один раз?
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle A = \angle D = \frac{1}{2}\angle B$, $\angle ABD = 87^\circ$. Из точек B и C опустили высоты BM и CN на сторону AD . В результате оказалось, что удвоенная сумма AM и DN равна $AB + CD$. **Найдите $\angle CAD$**

4. Известно, что

$$\frac{1}{x^2-2x+3} + \frac{1}{y^2+4y+7} + \frac{1}{z^2-6x+15} = 1.$$

Вычислите сумму $x + y + z$.

5. Дракон пересчитал свои сокровища и решил построить на них новую башню из 10 этажей. В башне планируются этажи двух типов: с окнами и без. Дракон любит блеск солнечных лучей на своём золоте, поэтому хочет, чтобы на самом верхнем этаже обязательно было окно, и чтобы никакие два соседних этажа не могли одновременно быть без окон.
Сколько различных башен подойдёт под требования дракона?
(Различными будем считать башни, отличающиеся наличием или отсутствием окон хотя бы на одном этаже.)

6. Про функцию f известно, что $f(x) \neq 0$ для любого x и что $f(x) = \frac{f(x+y)}{f(y)}$ для любых x и y . Пусть $f(3) = \frac{1}{9}$.

Найдите $f(-6)$.

7. Пять футболистов выстроились в ряд. У каждого на футболке написан номер от 1-го до 5-ти (все номера разные). Каждый футболист посчитал количество людей с номером, меньшим чем у него и стоящих по правую руку от него. Сумму посчитанных чисел назвали. После, они передвинулись циклически (первый перешел в конец шеренги), повторили предшествующие действия, назвали новое число и передвинулись снова. Повторили все несколько раз. В результате, были названы числа 6, 4, 8, 4, 4.
В каком порядке стояли футболисты изначально?

8. Царевна-лягушка с одинаковой вероятностью называет любое целое число от -5 до 5, а Императрица-жаба -- от -7 до 7. Вы можете выбрать любое земноводное, после чего они одновременно вывакивают загаданные числа. Если у выбранного Вами земноводного число больше - Вы побеждаете. Если меньше, то проигрываете. Если равны, то Вы можете заново выбрать земноводное и попросить их загадать числа ещё раз.
Кого Вам стоит выбрать, чтобы увеличить вероятность выигрыша?