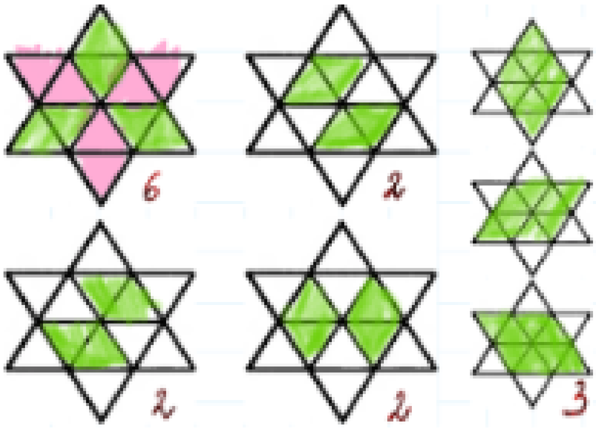
Решения и критерии оценки:

Задача 1 15 ромбов



Ответ: 15

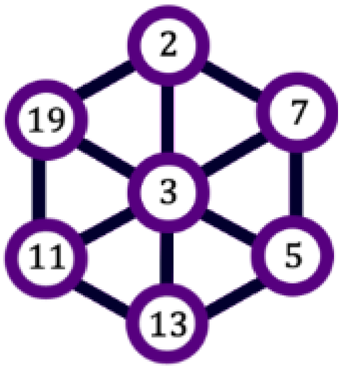
Критерии:
7 баллов - найдены все ромбы с иллюстрацией/объяснением.
5 баллов - правильный ответ без решения и следов решения.
1-4 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 2
Сделаем анализ позиций (в – выигрышная позиция для игрока, который с нее начинал, п – проигрышная позиция) Выигрышной является та позиция, из которой игрок может «передать» противнику проигрышную позицию. В обратном случае, она является проигрышной.
Как мы видим, позиция 32 – выигрышная, следовательно, первый игрок, который начинал с нее, победит.

Ответ: победит первый.

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
4 баллов - правильный ответ + неполное решение
2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 3 - Все простые числа кроме 3-х не делятся на 3, следовательно, дают остаток 1 или 2 при делении на 3. Если рядом поставить 2 числа с одинаковым остатком, то их разность будет делиться на 3. Рассмотрим «треугольник» из соседних кружочков. Все числа в нем должны иметь разные остатки при делении на 3. Так как, 3 – единственное число, у которого остаток 0, поставим его в центр. Остатки остальных чисел вокруг центрального будут чередоваться.



Ответ: можно

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
5 баллов - правильный ответ + неполное решение
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 4 - Очевидно, что подходят варианты, когда все рыцари или все лжецы. Других вариантов нет. Действительно, среди смотрящих на лужу есть и рыцари, и лжецы. Тогда найдем в круге рыцаря, у которого правый сосед является лжецом, такой, очевидно, найдется. Тогда второй и третий человек в круге от этого рыцаря будут рыцарями, так как этот рыцарь должен сказать правду. Но тогда и лжец по правую руку от него скажет правду, противоречие.

Ответ. 0 или 20.

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
3-5 баллов - правильный ответ + неполное решение
1 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 5

Пусть, число равно $10a + b$

Тогда, $10a + b = 10(a + b) + ab$

$b = 10b + ab$

$9b + ab = 0$

Такое может быть тогда, и только тогда, когда $b = 0$. a может быть любым.

Ответ: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

Критерии:

7 баллов - правильный ответ + решение.

3-5 баллов - правильный ответ + неполное решение

1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 6

$135 \cdot 979 = 132165$. Решение можно начать с наблюдения, что произведение первого множителя на 7 трехзначно, а два остальных - четырехзначные. поэтому первая и вторая цифры во втором множителе больше 7. Первый множители меньше чем 1000/7 и заканчивается на 5, следовательно, он равен 115, 125 или 135. Но так как $125 \cdot 9 = 1125 < 1200$ и $135 \cdot 8 < 1200$, то остается только вариант со 135 и 979.

Ответ: 132165

Критерии:

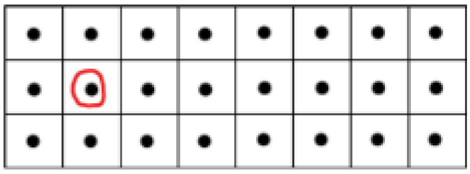
7 баллов - правильный ответ + решение.

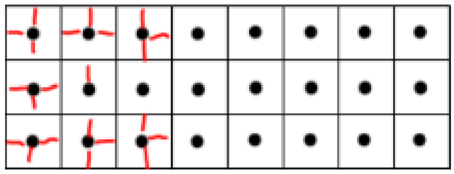
5 баллов - правильный ответ без решения и следов решения.

1-4 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 7

Рассмотрим отмеченную «ячейку»: картинка. Если поместить элемент в нее, проводок точно будет направлен в одном из направлений: вверх или вниз. Пусть, он направлен вверх. Теперь заполним «ячейки» вокруг нее единственным возможным образом: картинка. Как мы видим, в ячейки справа от отмеченной есть только два свободных места для проводков,, следовательно, в ней нельзя разместить элемент, что и требовалось доказать.





Ответ: нельзя

Критерии:

7 баллов - правильный ответ + полное решение.
4 баллов - правильный ответ + неполное решение.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 8

Так как в мешочке 1200 минусов и 250 плюсов, в конечном итоге из каждого числа вычтут 950. Найдем наибольшее количество чисел, которые в конечном счете могут оказаться положительными. Если взять максимальные числа (т.е, числа от 901 до 1000), то 50 из них окажутся положительными (числа от 951 до 1000). То есть, после последнего шага на доске окажется максимум 50 положительных чисел.

Теперь заметим, что два числа не могут перестать быть положительными за один шаг (иначе, они были бы равны). То есть, количество положительных чисел, если изменяется, то на 1. Вначале оно равнялось 100, в конце стало не более 50, следовательно, в какой-то момент оно равно 50, что и требовалось доказать.

Ответ: возможно

Критерии:

7 баллов - правильный ответ и решение.
1-4 балла - по мере приближения к ответу.