Решения и критерии оценки:

Задача 1

Пусть цена одной машинки x. Тогда за первую машинку первый брат отдал 7x/21, второй отдал 2x/21, третий отдал 6x/21.
За вторую машинку первый отдал 5x/15, второй отдал 6x/15, 4x/15.
Приведем все 6 дробей к общему знаменателю и получим: первый брат отдал за первую и вторую машику 35x/105 и 35x/105 соответственно, второй отдал 10x/105 и 42x/105 и третий отдал 30x/105 и 28x/105.
Значит третий брат отдал на 120 рублей за первую машинку больше, чем за вторую.
Получим уравнение: 30x/105-28x/105=120, x = 6300.

Ответ: 6300

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
6 баллов - правильное решение, но допущена арифметическая ошибка
4 балла - правильный ответ без решения и следов решения.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 2 - снята с зачёта.

Задача 3

а) 15 минут
б) 3,5 км
в) 14:30

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
6 баллов - правильное решение, но допущена арифметическая ошибка

4 балла - правильный ответ без решения и следов решения.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
6 баллов - правильное решение, но допущена арифметическая ошибка
4 балла - правильный ответ без решения и следов решения.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 5

Предположим, нашлись две дроби a/b и c/d такие, что a>c, b<d.
Докажем, что их сумма уменьшится, если поменять знаменатели местами.
a/b + c/d – a/d – c/b = (a-c)/b – (a-c)/d = (a-c)*(d-b)/bd. Как мы видим, оба множителя в числителе положительные, следовательно, разность положительна.
Будем находить такие пары чисел и менять местами до тех пор, пока можем. Пусть, не нашлось ни одной такой пары. Докажем, что ряд состоит из дробей
1/1, 2/2, 3/3, 4/4,…100/100
Выстроим дроби по возрастанию знаменателей, т.е.
1/a1, 2/a2, 3/a3,…100/a100.
Для любых двух дробей числитель последующей больше числителя предыдущей, следовательно, то же верно и для знаменателей. Значит, знаменатели тоже выстроены по возрастанию, т.е. в порядке 1, 2, 3,…100
Т.е., ряд выглядит так, как мы и предположили.
Каждая дробь равна единице, значит, их сумма равна 100. Так как мы только уменьшали первоначальную сумму, значит, она была не менее 100, что и требовалось доказать.

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
6 баллов - правильное решение, но допущена арифметическая ошибка
4 балла - правильный ответ без решения и следов решения.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 4

$xy - x - y = 12$

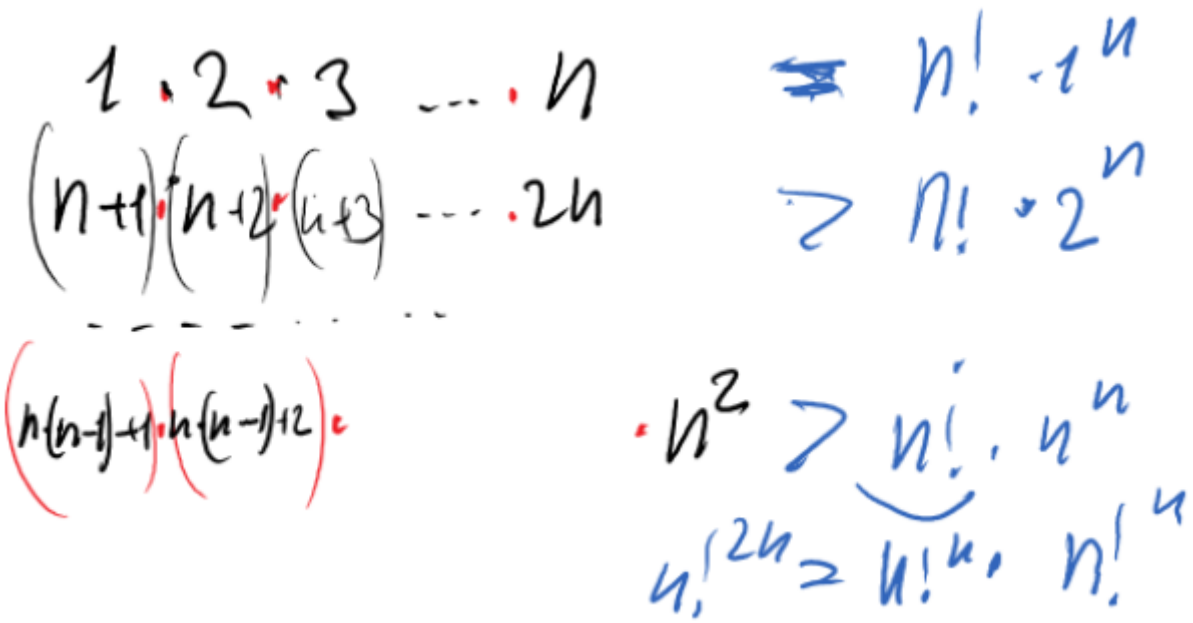
$(x - 1)(y - 1) - 1 = 12$

$(x - 1)(y - 1) = 13$

13 – простое число, у него только 2 пары делителей: 1, 13 и -1, -13. Отсюда, имеем 4 варианта:
$x - 1 = 1$, $y - 1 = 13$. Следовательно, $x = 2$, $y = 14$.
$x - 1 = 13$, $y - 1 = 1$. Следовательно, $x = 14$, $y = 2$.
$x - 1 = -1$, $y - 1 = -13$. Следовательно, $x = 0$, $y = -12$.
$x - 1 = -13$, $y - 1 = -1$. Следовательно, $x = -12$, $y = 0$.
Ответ: 1) $x = 2$, $y = 14$; 2) $x = 14$, $y = 2$; 3) $x = 0$, $y = -12$; 4) $x = -12$, $y = 0$

Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
6 баллов - правильное решение, но допущена арифметическая ошибка
4 балла - правильный ответ без решения и следов решения.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Разбиваем последовательность 1*2*...*n^2 на последовательности :
1*2*3*...*n*
(n+1)*(n+2)*...*2n*
(n*(n-1)+1)*(n*(n-1)+2)*...n^2
Заметим, что каждая последовательность включается в себя n элементов и каждый элемент последовательности минимум в 1,2,3,..n раз больше предыдущей значит можно все последовательности заменить:



Критерии:
7 баллов - правильный ответ + решение.
6 баллов - правильное решение, но допущена арифметическая ошибка
4 балла - правильный ответ без решения и следов решения.
1-2 балла - по мере приближения к ответу.

Задача 8 - снята с зачёта.