



1. В остроугольном треугольнике ABC на стороне AC отметили точку M и провели из нее перпендикуляры MN и MP к сторонам AB и BC соответственно. Из точки C провели высоту CH . На стороне AC отметили такую точку D , что $\angle HCA = 2\angle AHD$. Оказалось, что $DC = MN + MP$.

Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.

Ответ: полное доказательство

Критерии:

4 балла - Не все случаи разобраны разобрано.

7 балла - Полное доказательство.

2. Шестизначное число заканчивается на цифру 7, а если эту цифру переставить с последнего места на первое, число увеличится в 4 раза.

Чему было равно изначальное число?

Ответ: 179487

Критерии:

1 балл - Только правильный ответ.

1-5 баллов - По мере приближения к решению.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение.

3. На рисунке изображён квадрат $ABCD$. Точки E, F, G, H являются серединами сторон квадрата. Внутри трёх четырёхугольников указана их площадь.

Найдите диагональ исходного квадрата. В ответе укажите квадрат этого числа.

Ответ: 200

Критерии:

1 балл - Только ответ.

2 балла - Правильно посчитана площадь квадрата.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение.

4. Круг разбит на 8 одинаковых секторов. Будем называть маленьким кусочек, равный одному сектору круга (с углом 45°), а большим - кусочек, равный двум склеенным секторам круга (с углом 90°). Замощением называется способ положить большие и маленькие кусочки на круг так, чтобы края кусочков совпадали с линиями разреза на круге, а сами кусочки покрывали круг целиком и в один слой. Если два замощения можно совместить поворотом, мы всё равно будем считать их различными.

Сколько различных замощений круга существует?

Ответ: 7

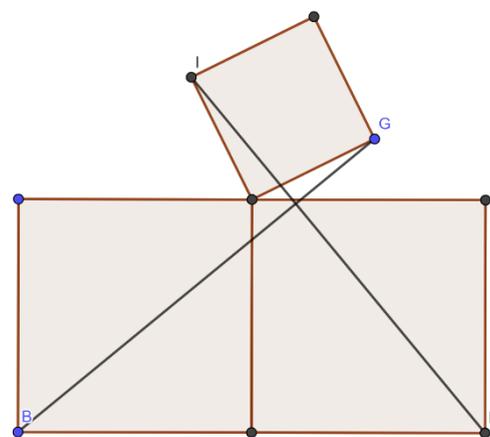
Критерии: 47

1 балл - Только правильный ответ.

2-4 балла - По мере приближения к решению.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение

5. Начинаящие грузчики Ваня и Женя сложили три кубических ящика в кузов машины, как получилось (как именно получилось - смотрите на рисунке), причём угол маленького ящика лежит ровно на углах больших ящиков. Известно, что объём нижних ящиков одинаковый, а объём верхнего - в два раза меньше. Чтобы верхний ящик не упал в пути, Ваня и Женя привязали его углы к углам нижних ящиков верёвками, как показано на рисунке. Известно, что длина верёвки BG равна 256 сантиметров.



Чему равна длина верёвки IE ?

Ответ: 256

Критерии:

1 балл - Только правильный ответ.

2-4 балла - По мере приближения к решению.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение

6. Хоккеист Никита запустил шайбу из левого нижнего угла прямоугольного поля. Шайба прилетела в правый борт, отскочила от него, ударилась о верхний борт, потом ударилась о левый борт, и, наконец, прилетела точно в правый нижний угол. Известно, что при каждом отскоке шайба отлетала от борта под тем же углом, под которым прилетела в него. Длина нижнего борта поля равна 15 метров, а общее расстояние, которое пролетела шайба, равно 51 метр.



Чему равна длина правого борта поля?

Ответ: 12

Критерии:

1 балл - Только правильный ответ.

2-4 балла - По мере приближения к решению.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение

7. В прошлом году математику Джону раз в месяц снилось некоторое натуральное число, причём каждый раз новое. В новогоднюю ночь Джон записал все двенадцать приснившихся ему чисел на листе бумаги. Верно ли, что среди них всегда можно выбрать четыре различных числа a , b , c и d так, чтобы произведение $(a-b) \cdot (c-d)$ делилось на 99?

Ответ: да, верно

Критерии:

1 балл - Только правильный ответ.

3-5 баллов - по мере приближения к правильному решению.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение.

8. В строку в порядке возрастания выписаны двадцать ненулевых чисел, из которых ровно p положительных. Число a стоит на шестом месте, считая от начала строки. Затем все числа заменили на обратные по умножению к ним (то есть каждое x заменили на $1/x$), и полученный список из 20 чисел вновь упорядочили по возрастанию.

На каком месте оказалось число $1/a$?

Ответ:

$p = 1, 2, 3, \dots, 14$ тогда $1/a$ останется на 6 месте.

$p=15$, тогда $1/a$ будет на 20 месте;

$p=16$, тогда $1/a$ будет на 19 месте;

$p=17$, тогда $1/a$ будет на 18 месте;

$p=18$, тогда $1/a$ будет на 17 месте;

$p=19$, тогда $1/a$ будет на 16 месте;

$p=20$, тогда $1/a$ будет на 15 месте.

Критерии:

1 - 4 балла - по мере приближения к правильному решению.

5 баллов - выведена формула.

7 баллов - Правильный ответ и полное решение.