Олимпиада по математике. 24 октября 2021



9 класс

- 1. Назовем число красивым, если его сумма цифр делится на 4 без остатка. Существует ли три подряд идущих красивых числа?
- 2. На острове Рыцарей и Лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. 16 шариков, 12 из которых белые и 4 черные, раздали поровну 4 островитянам. Каждый из них про свой набор шариков высказал одно утверждение: "Черных больше, чем белых", "Черных не меньше, чем белых", "Черных и белых поровну", "Белых не более одного". Какое наибольшее число рыцарей могло быть среди них?
- 3. Можно ли расставить числа от 1 до 20 в таблице 9х11 (числа могут повторяться) так, для каждой пары чисел нашлось место в таблице, где они занимают соседние по стороне клетки?
- 4. На бесконечно длинной ленте напечатан натуральный ряд через запятую без пробелов (1,2,3,4,...,10,11,...). Вася отрезает от ленты произвольный кусочек, содержащий не более одной запятой. Всегда ли Петя после этого сможет отрезать от ленты ровно такой же кусочек.
- 5. Каждый из шести рыцарей хочет отравить ровно двух других рыцарей, и каждого хотят отравить ровно двое. Докажите, что рыцарей можно рассадить за круглый стол так, чтобы хотя бы один (ЭТОГО ОДНОГО МОЖНО ЗАРАНЕЕ ВЫБРАТЬ) из них не будет отравлен. Рыцарь может подсыпать яд только в бокал своего соседа.

6. В клане гномов заведено, что гном своему более молодому родственнику всегда врет, а более старшему обязан говорить правду. Ровесники вольны говорить друг другу что угодно. В одной из семей Дед, Отец и три Сына, два из которых близнецы вели беседу.

Е к В: "Младше тебя никого нет"

А к В "Мой отец старше твоего"

С к D: "Я твой отец"

Расположите A, B, C, D, E по возрастанию возрастов.

- 7. Вычислите значение выражения $\frac{x^3-x^2-4x+2}{x^3-\sqrt{17}x^2+4x+1}$ при $x=\frac{\sqrt{17}+1}{2}$
- 8. Многочлен второй степени P(x) имеет ровно один корень. Многочлен второй степени Q(x) имеет ровно один корень, отличный от корня P(x). Может ли многочлен R(x) = P(x) + Q(x) иметь корни?
- 9. Есть 10-этажный дом, в котором 7 подъездов. На каждом этаже 4 квартиры. Номер этажа Васи равен номеру подъезда Пети и наоборот, номер этажа Пети равен номеру подъезда Васи.

Сумма номеров их квартир – 446. Вася живет во второй по счёту квартире на своем этаже, а какая квартира по счёту на этаже у Пети?