



1. Дан стеклянный параллелепипед, со сторонами $a \cdot b \cdot c$ ($a \neq b \neq c$, $a, b, c > 1$) состоящий из стеклянных, единичных кубиков. На сторонах граней размещаются излучатели 3-х цветов, параллельные сами себе и одной из граней. При этом все излучатели одного цвета ориентированы одинаково и не совпадают с другими цветами (все единичные кубики освещены одним цветом строго с 1 стороны). После включения оказалось, что кубиков, освещаемых красным цветом — 45, синим — 72, зелёным — 72. Синих излучателей потребовалось больше, чем зелёных и красных вместе взятых, а красных и зелёных поровну. Одноцветных кубиков не было совсем. Разноцветных кубиков оказалось: красно-синих — 27; зелёно-красных — 30; сине-зелёных — 41; трёхцветных — 16.

Вопросы:

- а) Восстановите размер параллелепипеда
б) Каким граням (укажите их размеры) перпендикулярны какие излучатели
в) Сколько кубиков не пронзают лучи?
2. Известно, что для цифр x_1, x_2, x_3 и x_4 выполняется условие $x_1 + x_2 \leq 9$ и $x_3 + x_4 \leq 9$. А d — это некоторое натуральное число.

Сколько решений имеет уравнение:

$$\overline{x_1 x_2 x_3 x_4} + \overline{x_2 x_1 x_4 x_3} = d^2?$$

(За $\overline{abc}$ мы обозначаем число, составленное из цифр a, b и c взятых именно в таком порядке. То есть если $a = 1, b = 4$ и $c = 8$, то $\overline{abc} = 148$.)

3. На плоскости отмечено 15 синих точек и 65 красных. Некоторые точки соединены отрезками. Оказалось, что если две точки не соединены отрезком, то найдется красная точка, которая соединена отрезками с каждой из них.

Докажите, что есть точка, соединенная отрезком как минимум с девятью другими.

4. Арифметическая прогрессия — это последовательность чисел, в которой каждое число, начиная со второго, получается из предыдущего добавлением к нему некоторого постоянного числа, которое называется шагом прогрессии.

Например, наборы чисел 1, 2, 3, 4, 5, ... и 2, 5, 8, 11, 14, ... — это арифметические прогрессии с шагами 1 и 3 соответственно.

Известно, что числа в любой строке и любом столбце в таблице ниже составляют арифметическую прогрессию.

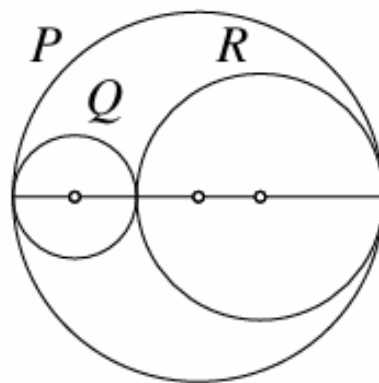
Чему может быть равна сумма чисел во всех клетках таблицы?

		35		

5. Известно, что сумма трех простых чисел p , q и r в 19 раз меньше их произведения.

Чему может быть равно выражение: $p^2 + q^2 + r^2$?

6. Три окружности P , Q и R касаются друг друга. Их центры лежат на диаметре окружности P , как показано на рисунке. Известно, что длина окружности $Q = 50$, а длина окружности $R = 100$.
- Чему равна длина окружности P ?**



7. Известно, что $25^x = 81^y = 2025$

Найдите значение выражения: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

8. При каких значениях k прямая, задаваемая уравнением $y=k$, имеет суммарно две точки пересечения с графиками:

$$y = (x^3 + 4x^2 + x - 6)/(x - 1) \text{ и } y = (x^3 - 4x^2 + x + 6)/(x + 1)$$