



СИСТЕМАТИКА

XVIII Олимпиада по математике

9 класс

Задача 1

Двое мудрецов загадали по числу от 1 до 100. Сначала первый мудрец сказал: "Если твоё число делится на моё, то я буду знать, чему равно твоё число". На что второй мудрец сказал: "Твоё число точно делится на моё".

Чему равно произведение загаданных мудрецами чисел, если их сумма равна 100?

Варианты ответа:

- А) Нельзя однозначно определить
- Б) 99
- В) 900
- Г) 1875

Задача 2

$P(x)$ — квадратный трёхчлен со старшим коэффициентом 1 и свободным коэффициентом k . Известно, что $P(P(0)) = P(-k)$.

Найдите $P(1)$.

Варианты ответа:

- А) 1
- Б) k
- В) $-k$
- Г) k^2

Задача 3

В банке 25 конфет пяти разных цветов, при этом конфет каждого цвета поровну. **Какова вероятность**, что взяв 5 конфет из банки мы возьмем конфеты **не** всех цветов?

Варианты ответа:

- А) $24/625$
- Б) $10001/10626$
- В) $625/10626$
- Г) $601/625$

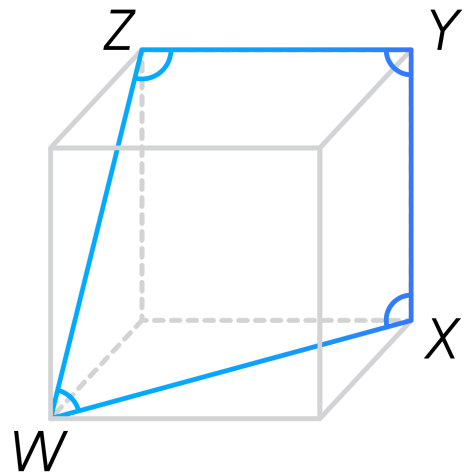
Задача 4

На рисунке изображен куб с четырьмя отмеченными углами — $\angle WXY$, $\angle XYZ$, $\angle YZW$ и $\angle ZWX$.

Какова сумма этих четырёх углов?

Варианты ответа:

- А) 315°
- Б) 330°
- В) 345°
- Г) 360°



Задача 5

Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $8a = 3ab - 12b$?

Варианты ответа:

- А) 0
- Б) 1
- В) 2
- Г) 3
- Д) бесконечно много

Задача 6

Отношение двух положительных чисел равно отношению их суммы к их разности.

Каково это отношение?

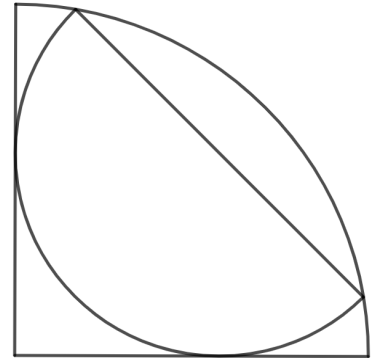
Варианты ответа:

- А) $(1 + \sqrt{3}) : 2$
- Б) $\sqrt{2} : 1$
- В) $(1 + \sqrt{5}) : 2$
- Г) $(1 + \sqrt{2}) : 1$

Задача 7

Половина окружности вписана в четвёртую часть в другой окружности как показано на рисунке.

Каково соотношение площади половины окружности (меньшей части) к четверти окружности (большей части)?



Варианты ответа:

- А) $1/3$
- Б) $2/3$
- В) $1/\sqrt{3}$
- Г) $1/\sqrt{2}$

Задача 8

Рассмотрим всевозможные прямоугольники с периметром 32.

Чему равна минимально возможная длина диагонали в них?

Варианты ответа:

- А) $\sqrt{146}$
- Б) $8\sqrt{2}$
- В) $2\sqrt{30}$
- Г) $\sqrt{114}$

Задача 9

Петя выписывает на доску числа. Первые три числа — это 2, 3 и 5. Каждое следующее число равно сумме всех предыдущих минус их количество. Например, на четвёртом месте будет стоять $(2 + 3 + 5) - 3 = 7$, на пятом — $(2 + 3 + 5 + 7) - 4 = 13$ и так далее.

Чему равна сумма членов этой последовательности с чётными номерами, не превосходящими 20 (то есть сумма второго, четвёртого, шестого, ... и двадцатого членов последовательности)?

Варианты ответа:

- А) 2^{10}
- Б) $2^{18} + 11$
- В) $2^{19} - 2^{17} + 1$
- Г) $2^{19} + 10$

Задача 10

В лавке с мороженым в летний день собралась очередь из 30 человек, и они начали обсуждать любимые вкусы мороженого. Назовём вкусы двоих людей *схожими*, если в списках их любимых вкусов есть хотя бы один общий. Оказалось, что если взять любых двух человек (для удобства обозначим их X и Y) из очереди, то в очереди найдётся ещё хотя бы двое, вкусы которых будут *схожи* с X и Y . Назовём *сладкоежкой* человека, вкусы которого *схожи* со вкусами наибольшего количества людей в лавке (возможно, *сладкоежек* несколько).

Какое наименьшее количество любимых вкусов может быть в списке *сладкоежки*?

Варианты ответа:

- А) 7
- Б) 8
- В) 9
- Г) 10