



СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 2 тур. 20 июля 2025.

9 класс

1. Гарри Поттер купил в Лавке Олливандера волшебную “вечную” свечу. Первоначальная высота свечи - 30 см. Гарри заметил, что первый сантиметр свечи сгорел ровно за 15 минут, а каждый следующий сантиметр горит столько же, сколько все предыдущие вместе взятые.

На сколько часов хватит свечи на самом деле?



2. Решите уравнение в целых числах:

$$6xy + 4x = 15y + 299$$

3. Петя написал на доске выражение:

$$** \cdot ** \cdot ** = 2025$$

Вася хочет заменить звёздочки цифрами из набора 1, 2, ..., 9, взяв каждую цифру не более одного раза, так, чтобы получить верное равенство. Сколькими способами Вася может это сделать?

4. В стране Числонии есть города с названиями от 1 до 20. Сначала из каждого города с меньшим номером провели авиалинию в каждый город с большим номером. Будем называть *заменой* авиалинии ситуацию, когда из авиалинии ведущей из **A** в **B** делают авиалинию, ведущую из **B** в **A**.

Сначала заменили одну авиалинию из 2 в 20 город. А затем несколько раз брали какой-то город и заменяли все авиалинии, которые ведут **из** или **в** него.

Докажите, что в любой момент будут такие три города A, B и C, что из A есть линия в B, из B есть линия в C и из C есть линия в A.

5. Есть клетчатый квадрат 6×6 , в котором некоторые клетки черные, а остальные белые. Известно, что в любом клетчатом прямоугольнике внутри, у которого обе стороны больше 1, хотя бы один из угловых квадратиков белый.
Сколько максимум черных квадратиков?
6. Чемпионат по футболу с участием 16 команд проходил в один круг (каждая команда играла с каждой ровно один матч; за победу дается 3 очка, а за ничью 1 очко).
В очередном туре все команды разбиваются на пары и команды из каждой пары проводят матч между собой.
При каком наименьшем k могло оказаться, что после k туров уже определена команда, которая получит 1-ое место и команда, которая получит 2-ое место, и результаты следующих матчей не могут на это повлиять?
7. AH – высота треугольника ABC (H лежит на стороне BC). На стороне AC нашлась точка K такая, что $BK=KC$ и $AH=HK$.
Докажите, что прямая HK делит площадь треугольника ABC пополам.

