

18 олимпиада 2 тур 4 класс

1. $\cdot > \cdot < \cdot > \cdot > \cdot >$

Сколькими способами можно расставить вместо точек **числа от 1 до 6** (каждое по одному разу) так, чтобы все неравенства были верными?

Ответ: Рассмотрим где могут быть 5 и 6.

Первый вариант: $6 > * < 5 > * > * > *$

Второй вариант: $5 > * < 6 > * > * > *$

Третий вариант: $* > * < 6 > 5 > * > *$

В первых 2 вариантах на втором месте (между 5 и 6) может стоять любая цифра, а остальные упорядочены, так что ставятся однозначно.

То есть там по 4 варианта.

В третьем варианте на первых 2 местах может быть любая пара из оставшихся 4 цифр и расположение этой пары и оставшейся также однозначно. Это $4 \times 3 / 2 = 6$ вариантов.

Итого $4+4+6=14$ вариантов.

Критерии:

0 – указан только неверный ответ/нет решения

1 – указан приближенный к верному ответ

2 – расписаны 1-2 варианта

3 – расписаны 3-4 варианта

4 – указан только верный ответ

5 – расписано 5-8 вариантов

6 – расписано 9-13 вариантов

7 – указан верный ответ, расписаны все варианты

2. Искательница приключений Даша, убегая от бандитов, попала в квадратную комнату размером 8×8 метров, пол которой разделён на клетки 1×1 метр. Даша точно знает, что в полу комнаты есть квадратный люк размером 2×2 метра. Чтобы найти этот люк, она простукивает клетки пола по одной.

За какое минимальное количество простукиваний Даша сможет однозначно указать расположение всех клеток люка?

Ответ: 15, 18

Критерии:

0 – указан только неверный ответ/нет решения

2 – имеются рассуждения, но ответ неверный

4 – указан только ответ 19/20, 16

5 – указан только ответ 15/18

6 – имеются рассуждения, рисунок, получен ответ 19/20, 16

7 – имеются рассуждения, рисунок, получен верный ответ (15/18)

3. Произведение ненулевых цифр этого, 2025, года равно 20, а сумма 9.

А в каком ближайшем году после 2025 **произведение ненулевых цифр будет 18, а сумма 10?**

Ответ: 3016

Критерии:

0 – указан только неверный ответ/нет решения

2 – имеется решение, получен ответ 3061

1 – написано решение, но получен неверный ответ

3 – указан только верный ответ

6 – получен верный ответ, но решение недостаточно подробное

7 – написано подробное решение/имеются рассуждения, получен верный ответ

4. Мама испекла торт на день рождения Юры. Юра ждал в гости четырех одноклассников и предложил гостям самим отрезать себе торт. Юрин одноклассник Андрей отрезал себе пятую часть торта. Потом сам Юра, не заметив, что Андрей уже съел свою порцию, тоже отрезал себе пятую часть оставшегося торта. Порция Юры оказалась на 60 грамм меньше, чем порция Андрея.

Сколько будут весить порции других гостей, если они разделят оставшийся торт на троих поровну?

Ответ: 320 гр

Критерии:

0 – указан только неверный ответ/нет решения

1 – имеется краткое решение/пояснения, но получен неверный ответ

2 – имеется решение, но получен неверный ответ

4 – указан только верный ответ

6 – получен верный ответ, но решение недостаточно подробное

7 – получен верный ответ, написано подробное решение (составлено уравнение, найден вес торта, вес кусочков торта Юры и Андрея)

5. Антон, Боря и Вова заказали пиццу, разрезали ее на одинаковые куски и целиком съели. Каждый при этом съел целое число кусков.

Антон сказал: Я съел 3 кусочка, а Боря - треть пиццы.

Боря сказал: Я съел половину пиццы.

Вова сказал: Антон съел больше всех.

Известно, что только два мальчика сказали правду.

На сколько кусков разрезали пиццу?

Ответ: 6

Критерии:

0 – указан только неверный ответ/нет решения

1 – имеются рассуждения, но получен неверный ответ

3 – указан только верный ответ

6 – получен верный ответ, но решение/рассуждения недостаточно подробные

7 – имеются подробные рассуждения/решение, получен верный ответ

6. В воскресенье Платон навещал свою бабушку, у которой в доме были старинные часы с боем. За время визита Платон насчитал 65 ударов часов.

В котором часу Платон пришел к бабушке и в котором часу он от нее ушел?

(Часы двенадцатичасовые, отбивают в начале каждого часа количество часов на данный момент. Платон пришел и ушел не во время боя часов)

Ответ: Сумма чисел от 1 до 12 равна 78. В любой 12 часовой период Платон услышал бы ровно 78 ударов, значит он был у бабушки менее 12 часов.

Есть два варианта в зависимости от того, был ли переход через 12 часов во время визита Платона. Чтобы не разбирать эти два варианта отдельно, посмотрим на те часы, которые Платона не застал. Всего он не услышал 13 ударов часов из 78. Тогда 13 представимо в виде суммы нескольких последовательных натуральных чисел:

$k+(k+1)+(k+2)+\dots+(k+n) = 13$ $(2k+n)*(n+1) = 26$ 26 имеет лишь 4 целых делителя: 1, 2, 13 и 26. При этом как $2k+n$, так и $n+1$ строго больше 1, а $2k+n$ строго больше $n+1$, остается единственный вариант, при котором $n+1 = 2$, а значит $n=1$, а $2k+n=13$, а значит $k=6$.

Получается, что Петя не услышал как часы бьют 6 и 7 часов, а значит он должен был прийти к бабушке после 7 часов, но до 8 часов, а уйти после 5 часов, но до 6 часов. **Платон пришел к бабушке в 8 часу утра, а ушел в 6 часу вечера/пришел во 2м часу, ушел в 12м часу/пришел в 9 часу, ушел в 5 часу**

Критерии:

0 – указан только неверный ответ/нет решения

2 – имеются рассуждения, но указан неверный ответ

4 – указан только верный ответ

6 – получен верный ответ, но решение недостаточно подробное

7 – имеется подробное решение/рассуждения, получен верный ответ

7. На доске написано выражение:

$$\Delta \cdot \square + \Delta \cdot \square + \Delta \cdot \square = \Delta \cdot \Delta \cdot \square \cdot \square$$

Петя хочет заменить в этом выражении одинаковые фигурки одинаковыми цифрами, а разные фигурки — разными цифрами так, чтобы получилось верное равенство.

Укажите все возможные варианты ответа и объясните, почему нет других.

Ответ: Если $\Delta=0$ $\Delta=0$, то $\square\square$ может быть равен 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Если $\square=0$ $\square=0$, то $\Delta\Delta$ может быть равен 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Если $\Delta=1$, $\Delta=1$, то $\square\square$ может быть равен 0 и 3.

Если $\square=1$, $\square=1$, то $\Delta\Delta$ может быть равен 0 и 3.

Важно не потерять ни одно из этих решений.

Критерии:

0 – нет решения

1 – написано одно неверное равенство

2 - указан один вариант с краткими рассуждениями

3 – указано 1-2 варианта (без решения/рассуждения)

4 – указано 3-4 варианта (без решения/рассуждения)

5 – расписан один вариант, имеются рассуждения

6 – расписано 2-3 варианта, имеются рассуждения

7 – расписано четыре варианта, имеются рассуждения