



СИСТЕМАТИКА

Олимпиада по математике. 2 тур. 26 октября 2025

8 класс

1. Последовательность a^n задаётся условиями:

$$a_n = \begin{cases} n + 1, & \text{если } n \text{ чётное} \\ n - 1, & \text{если } n \text{ нечётное,} \end{cases}$$

то есть каждый элемент последовательности равен своему номеру, увеличенному на 1, если номер чётный; и уменьшенному на 1, если номер нечётный ($a_1=1-1=0$, $a_2=2+1=3$, $a_3=3-1=2, \dots$).

Найдите сумму первых 2026 чисел этой последовательности.

2. Хижина Робинзона находится на берегу острова, который имеет форму круга. Как-то Робинзон прошёл из хижины 4,5 км на восток вглубь острова, а затем 6 км на юг и оказался на берегу. На следующий день Робинзон прошёл из хижины 8 км на восток и 6 км на север и снова оказался на берегу.

Каковы размеры острова? Укажите радиус.

3. Анатолий вырезал из бумаги четыре не обязательно одинаковых квадрата с целыми длинами сторон. Ян склеил их склеивает сторона к стороне (без наложений и дырок) и получил прямоугольник с площадью 540 см^2 .

Чему равен периметр этого прямоугольника?

4. Вася выкладывает доминошки на доску 2026×4 . В какой-то момент оказалось, что в каждой строке и в каждом столбце заняты ровно 2 клетки.

Обязательно ли Вася сможет заполнить доминошками оставшиеся клетки доски?

5. Найдите все пары натуральных чисел m и n , для которых выполняется равенство:

$$\frac{n}{8} + \frac{18}{n} = m.$$

6. В прямоугольнике $ABCD$ провели диагональ BD . На ней отметили точку M и построили от неё перпендикуляры MS , MP , MQ и MR к сторонам AB , BC , CD и DA соответственно. Известно, что площадь прямоугольника $ASMR$ равна 45.

Чему равно произведение площадей прямоугольников $SBPM$ и $RMQD$?

7. На Новый год в доме Петровых собрались родственники, включая тётю Машу и тётю Дашу, которые были близняшками (то есть родились в один день). Когда в комнату вошла тётя Маша, средний возраст всех людей в комнате увеличился на 3 года. А когда в комнату вошла тётя Даша, то средний возраст всех людей в комнате увеличился ещё на 2 года. (Будем считать, что между приходами тёти Маши и тёти Даши никто не входил и не выходил из комнаты.)

Сколько людей было в комнате до того, как пришла тётя Маша?