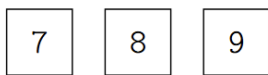




СИСТЕМАТИКА

1. Клавиатура представляет собой квадрат 3×3 с цифрами от 1 до 9, расположенными по строкам: в верхней строке — 1, 2, 3; в средней — 4, 5, 6; в нижней — 7, 8, 9. Никита набирает четырёхзначный PIN-код на этой клавиатуре. Затем он поворачивает клавиатуру на 90° против часовой стрелки (см. рисунок) и снова набирает тот же PIN-код, считая, что клавиатура расположена правильно.



клавиатура до поворота

клавиатура после поворота
(цифры повернуты для удобства)

Так, например, если до переверота Никита набрал PIN-код 1234, то после переверота, нажимая на кнопки в тех же местах, Никита наберёт 3692.

А может ли число, набранное после поворота, отличаться от исходного ровно на 2026? Если да, найдите все такие PIN-коды.

2. Пусть a, b и c - некоторые ненулевые цифры.

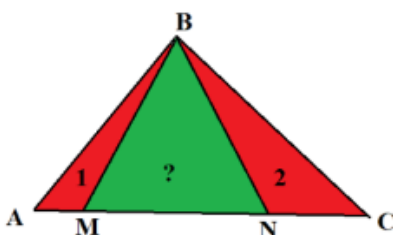
Сколько различных решений имеет уравнение $3 \cdot 0,(abc) = 0,(ab) + 0,(bc) + 0,(ca)$?

Напомним, что скобки после запятой в десятичной дроби обозначают, что цифры в скобках повторяются бесконечно много раз.

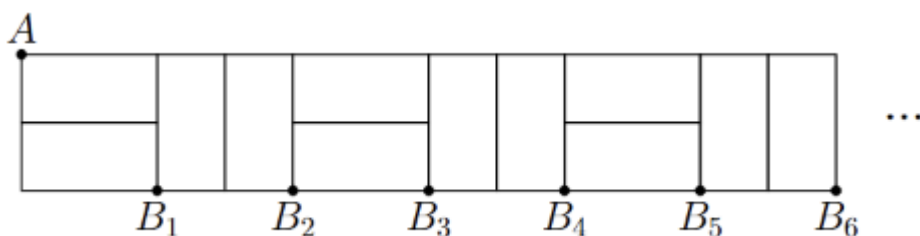
Например, $0,(2026) = 0,2026202620262026\dots$ и $0,(ab) = 0,abababab\dots$

3. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B вписан правильный треугольник MBN оказалось, что площади красных треугольников на рисунке равны 1 и 2.

Чему равна площадь прямоугольного треугольника?



4. Львёнок Оливия сидит в точке A , которая находится в начале лабиринта, составленного из прямоугольников 1×2 и 2×1 , как показано на рисунке (вместо многоточия лабиринт продолжается по тому же принципу, что и в начале: сначала два горизонтальных прямоугольника, потом два вертикальных, потом снова два горизонтальных и так далее):



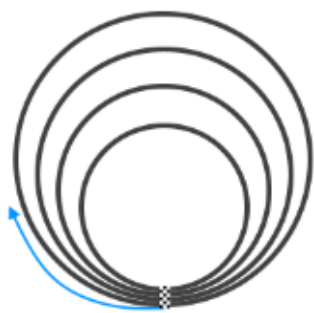
Оливия считает количество кратчайших путей, проходящих по сторонам прямоугольников, и ведущих из точки A в точки B_1, B_2, B_3, \dots . Количество способов попасть из точки A в точку B_k Оливия обозначает за p_k .

Например, в точку B_1 из точки A ведут три кратчайших пути, поэтому $p_1=3$.

Помогите Оливии вычислить p_{2026} .

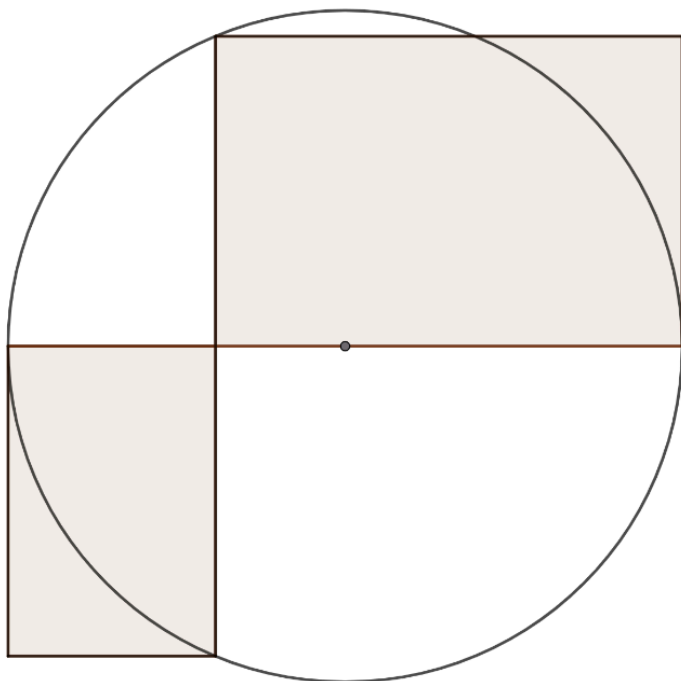
5. Гоночные трассы представляют собой набор окружностей (с единственной общей точкой — стартом и финишем одновременно), пронумерованных натуральными числами от самой короткой к самой длинной. Если гонщики Пётр и Андрей стартуют одновременно с любых двух трасс, пронумерованных последовательными числами, и при этом Андрей будет ехать по трассе с большим номером, то они приедут одновременно. Если же Андрей поедет по четвёртой трассе, а Пётр — по пятой, то, когда Андрей финиширует, Петру будет оставаться ещё 2 км 541 метров.

Во сколько раз скорость у Андрея выше, чем у Петра, если длина самой короткой трассы — 10 километров?



6. Какое наибольшее количество различных натуральных чисел можно выбрать из набора от 1 до 2026 так, чтобы среди них не было простых чисел, но любые два числа были бы взаимно простыми?

7. В круге проведён диаметр длины 26 и перпендикулярная к нему хорда. На парах отрезков, полученных при пересечении диаметра и хорды, построены прямоугольники, как показано на рисунке:



Известно, что площадь большого прямоугольника равна 216.

Чему равна площадь меньшего прямоугольника?