



20 Олимпиада. Зима 2026. 2 тур.

7 класс

ФИО: Пономарева Надежда Алексеевна
Номер участника: 488389503

1. Карлсон купил семь одинаковых банок варенья на следующую неделю. Известно, что если на утро варенье ещё осталось, Карлсон обязательно открывает хотя бы одну банку, и если Карлсон открывает банку, то целиком съедает её в тот же день. Однако иногда у него может разыграться аппетит, и тогда он может съесть за день и больше одной банки варенья (хоть все семь в первый же день). Понятное дело, что если в какой-то день у Карлсона разыграется аппетит, то всё варенье он съест быстрее, чем за неделю.

Сколькими способами Карлсон может съесть все свои запасы варенья за семь или меньше дней?

Ответ: 64 способа

2. У Пети есть магнитики с цифрами: 2, 0, 2, 5, 2, 0, 2, 6. Петя вешает магнитики на доску в каком-то порядке и теперь может либо сдвинуть некоторые из них вместе, получив число из нескольких цифр, либо нарисовать между ними знак умножения. Так, Петя может просто сдвинуть все магнитики и получить, например, число 20252026 или добавить где-то знаков умножения и получить, например, $202 \cdot 520 \cdot 26 = 2731040$

Чему равно наибольшее число или значение выражения, которое может получить Петя?

Ответ: 65222200

3. Найдите все целые n ($0 \leq n \leq 2025$, $n \neq 5$), для которых выражение

$$\frac{20}{n^2 - 25}$$

является целым числом или конечной десятичной дробью.

Ответ: 0, 3, 15, 45.

4. Мачеха заставила падчерицу добыть в декабре подснежники.

Двенадцать братьев-месяцев помогли ей, и за это она взяла 2026 из собранных подснежников и раздала братьям-месяцам. Брату Декабрю она выдала целую охапку цветов, а всем остальным месяцам раздавала цветы так, чтобы меньше всего досталось Январю, а каждому следующему месяцу (кроме Декабря) — на одинаковое число цветов больше, чем предыдущему. Брату Июню при этом досталось 175 подснежников.

Сколько цветов получил от падчерицы Декабрь?

Ответ: 101 цветок.

ФИО: Пономарева Надежда Алексеевна
Номер участника: 488389503

5. В вершинах правильного 2025-ти угольника расставили различные простые числа, большие трёх.

Обязательно ли найдутся такие две соседние вершины, что сумма чисел стоящих в них не делится на шесть без остатка?

Ответ: да, обязательно найдутся

6. Клавиатура представляет собой квадрат 3×3 с цифрами от 1 до 9, расположенными по строкам: в верхней строке — 1, 2, 3; в средней — 4, 5, 6; в нижней — 7, 8, 9.

Паша набирает четырехзначный PIN-код на этой клавиатуре, причём все четыре цифры различны. Затем он поворачивает клавиатуру на 90° против часовой стрелки (см. рисунок) и снова набирает тот же PIN-код, считая, что клавиатура расположена правильно.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

клавиатура до поворота

3	6	9
2	5	8
1	4	7

клавиатура после поворота
(цифры повернуты для удобства)

Паша подбирает PIN-код таким образом, чтобы новый пароль был больше старого. Так, например, если до переворота Паша набрал PIN-код 1234, то после переворота, нажимая на кнопки в тех же местах, Паша наберёт 3692, и разность между старым и новым паролем (из нового вычитаем старый) будет равна $3692 - 1234 = 2458$.

А каким может быть наименьшее значение этой разности?

Ответ: разность = 136

7. Сколько решений имеет ребус:

$$\text{ТУР} * \text{ТУР} = \text{БОЙ} * \text{БОЙ} + \text{БОЙ}$$

Ответ: 0 решений.

Задача №1. Решение:

Похомарева

если за 1 день съест, то ~~1~~ ^{из} 6 способов
если за 2 дня съест, то + 6 способов
если за 3 дня съест, то + 15 способов
если за 4 дня съест, то + 20 способов
если за 5 дней съест, то + 15 способов
если за 6 дней съест, то + 6 способов
если за 7 дней съест, то + 1 ~~способ~~ способ

Итого: $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64$ способа.

Ответ: 64 способа.

Задача №2. Решение:

Способом перебора я нашла наибольшее значение в 1 из вариантов расстановки: 65222200, т.к. в задании сказано, что Пета вешает магнитики на доску в каком-то порядке, т.е. в любом. Если мы сдвинем все магнитики, то ~~то~~ получившееся число всегда будет больше, чем варианты с умножением.

Задача №3. Решение:

Конечная десятичная дробь получается, если в данном случае ^{дробь} $\frac{20}{n}$, деленное на n , может делиться на 10, 100, 1000 и т.д.

Подходят числа:

$$0 \Rightarrow \frac{20}{0^2 - 25} = \frac{20}{-25} = -\frac{80}{100} = -0,8$$

$$3 \Rightarrow \frac{20}{3^2 - 25} = \frac{20}{-16} = -\frac{12500}{10000} = -\frac{125}{100} = -1,25$$

$$15 \Rightarrow \frac{20}{15^2 - 25} = \frac{20}{225 - 25} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10} = 0,1$$

1) $45 \Rightarrow \frac{20}{45-25} = \frac{20}{2000} = \frac{1}{100} = 0,01$. Проверим
 других решений нет (ведь $n \neq 5$)

Задача 14. Решение:

в декабре - ? 1) обозначим от января до ноября буквами.
 Я Ф Мр Ап Мй Ил Ил Ав С О Н
 150 155 160 165 170 175 180 185 190 195 200
 2) обозначим, что в июне = 175; допустим, каждому месяцу, начиная с января, дается на 5 больше.
 3) сгруппируем 1 знак с 11; 2 с 10; 3 с 9; 4 с 8; 5 с 7. затем суммируем и прибавим 175 (6 знаков).
 $350 + 350 + 350 + 350 + 350 + 175 = 1925$ цветов.

4) $\begin{array}{r} 2026 \\ - 1925 \\ \hline 101 \end{array}$ цв. - получили декабрь.
 попробуем сделать те же действия, но с шагом в 10.

Я Ф Мр Ап Мй Ил Ил Ав С О Н
 125 135 145 155 165 175 185 195 205 215 225
 $350 + 350 + 350 + 350 + 350 + 175 = 1925$ цветов.

1) $\begin{array}{r} 2026 \\ - 1925 \\ \hline 101 \end{array}$ цв. - получили декабрь

Таким образом, значение всегда будет одинаковым ~~и не меняется~~ $\Rightarrow$ декабрь = 101 цв.

Задача 15. Решение:

чтобы ~~на~~ сумма дел. на 6, нужно, чтобы сумма остатков деления 2 чисел на 6, делилась на 6. Т.е. допустим, в все числа делимы на 6 с остатком от деления на 6 = 5, 1 (либо же 4, 2). Но, кол-во вершин (2025) - четно $\Rightarrow$ в то время, как все ~~числа~~ ^{суммы} ~~могут~~ ^{могут} делиться на 6, 2 вершины будут с остатком ~~либо 1 и 1, либо 5 и 5, либо 4 и 2.~~ ^{Значит обязательно не будет делиться}

Задача № 8. Решение:

Для наим. разности нужно чтобы число тысяч было равным, т. е. = 5.

Далее, оставшиеся числа нужно подбирать так, чтобы кол-во сотен в новом числе было ~~меньше~~ ^{большее} чем в старом, а число десятков ^и ~~и~~ ^{меньше} единиц в новом числе было ~~большее~~.

Я нашла несколько способов, когда разность равняется 136.

1) способ: старое: 5178
новое: 5314

$$\begin{array}{r} 5314 \\ - 5178 \\ \hline 136 \end{array}$$

2) способ: старое: 5678
новое: 5814

$$\begin{array}{r} 5814 \\ - 5678 \\ \hline 136 \end{array}$$

Меньшей разности я, следуя своим правилам, указанным выше, и условию, не нашла.

Задача № 7. Решение:

$TUR \cdot TUR = БОЙ \cdot БОЙ + БОЙ$ (разные буквы = разные цифры, $T \neq 0, Б \neq 0$), трёх-значные числа.

$$a = TUR; b = БОЙ$$

$$a^2 = b^2 + b \Rightarrow a^2 = b(b+1)$$

произведение b и $b+1$ - полный квадрат, тогда $b=0, b+1=1 \Rightarrow b=0$ - не является трёх-значным и противоречит условию. $\Rightarrow$ решений нет.