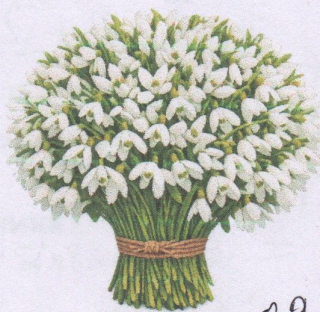


20 Олимпиада. Зима 2026. 2 тур.

8 класс

ФИО: Канатова Хумоноко 80.
 Номер участника: 6284.

1. Мачеха заставила падчерицу добыть в декабре подснежники. Двенадцать братьев-месяцев помогли ей, и за это она взяла 2026 из собранных подснежников и раздала братьям-месяцам. Брату Декабрю она выдала целую охапку цветов, а всем остальным месяцам раздавала цветы так, чтобы меньше всего досталось Январю, а каждому следующему месяцу (кроме Декабря) - на одинаковое число цветов больше, чем предыдущему. Брату Июню при этом досталось 175 подснежников.

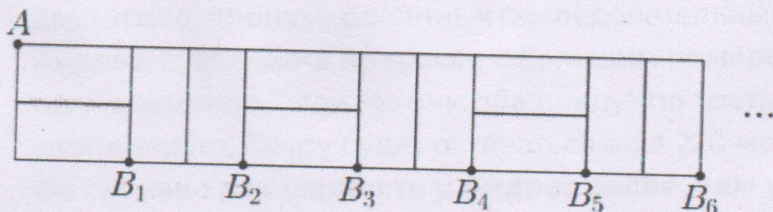


Сколько цветов получил от падчерицы Декабрь?

а-количество месяцев $S_{11} + D = 2026$ $S_{11} = \frac{11}{2}(a_1 + a_{11}) = 11 \cdot a_6 = (a + 5d) \cdot 11$
 $a_0 = a_1 + 5d = 175$ $= 11 \cdot 175 = 1925$ $S_{11} = \frac{11(a + 10d)}{2}$
 $1925 + D = 2026$ $D = 2026 - 1925$
 $D = 101$

Ответ: 101.

2. Львёнок Оливия сидит в точке А, которая находится в начале лабиринта, составленного из прямоугольников 1×2 и 2×1 , как показано на рисунке (вместо многоточия лабиринт продолжается по тому же принципу, что и в начале: сначала два горизонтальных прямоугольника, потом два вертикальных, потом снова два горизонтальных и так далее):



Оливия считает количество кратчайших путей, проходящих по сторонам прямоугольников, и ведущих из точки А в точки $B_1, B_2, B_3, \dots$. Количество способов попасть из точки А в точку B_k Оливия обозначает за p_k . Например, в точку B_1 из точки А ведут три кратчайших пути, поэтому $p_1 = 3$.

Помогите Оливии вычислить p_{2026} .

$p_1 = 3$ $p_k = 3^k$ $p_1 + 2$
 $p_2 = 3 \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9$ $p_{2026} = 3^{2026}$ $p_k = 2k + 1$
 $p = 2(1) + 1 = 3$
 $k = 2026$
 Ответ: 4053 $p_{2026} = 2 \cdot 2026 + 1 = 4053$

ФИО: Какоатова Хуморона 80
 Номер участника: 6284

3. На картинке изображен оставшийся участок забора размером 2м на 4м, в отмеченном углу которого привязана собака на цепи длиной 5м. Чему равна площадь участка по которому собака может передвигаться?

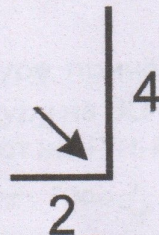
$R = 5m$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot R^2}{4} = \frac{\pi \cdot 5^2}{4} = \frac{25\pi}{4} m^2$$

$5 - 2 = 3m$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = \frac{9\pi}{4} m^2$$

$S_{dog} = S_1 + S_2 = \frac{25\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{34\pi}{4} = \frac{17\pi}{2} m^2$



4. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B вписан правильный треугольник MBN оказалось, что площади красных треугольников на рисунке равны 1 и 2.

Чему равна площадь прямоугольного треугольника?

$MB = BN = MN$

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x = 1$

$S_2 = \frac{1}{2} \cdot y \cdot y = 2$

$S_{ABC} = S_1 + S_2 + S_{MBN}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin(\angle ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC$

$S_{MBN} = \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BN \cdot \sin(60^\circ)$

$S_{ABC} = 1 + 2 + S_{MBN}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = 3 + S_{MBN}$

$S_{MBN} = \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BN \cdot \sin(60^\circ)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = 3 + \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BN \cdot \sin(60^\circ)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = 3 + \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BN \cdot \sin(60^\circ)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = 3 + \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BN \cdot \sin(60^\circ)$

5. Гонимые трассы представляют собой набор окружностей (с единственной общей точкой — стартом и финишем одновременно), пронумерованных натуральными числами от самой короткой к самой длинной. Если гонщики Пётр и Андрей стартуют одновременно с любых двух трасс, пронумерованных последовательными числами, и при этом Андрей будет ехать по трассе с большим номером, то они приедут одновременно. Если же они оба поедут по третьей трассе, когда Андрей финиширует, Петру будет оставаться еще 220 метров.

Во сколько раз скорость у Андрея выше, чем у Петра, если длина самой короткой трассы — 2 километра?

$r_n \approx r_1 \cdot r_2$

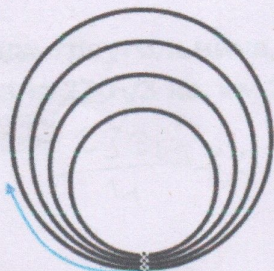
$L_n = n \cdot L_1$

$L_1 = 2000m$

$L_2 = 4000m$

$L_3 = 6000m$

$\frac{L_{n+1}}{V_A} = \frac{L_n}{V_P} \Rightarrow \frac{V_A}{V_P} = \frac{n+1}{n}$



$t_A = \frac{6000}{V_A}$

$t_P = \frac{5780}{V_P}$

$\frac{V_A}{V_P} = \frac{6000}{5780} = \frac{300}{289} \approx 1.038$

$n = 26.27$

$(n+1) \cdot L = \frac{n \cdot L_1}{V_P}$

Ответ: $\frac{300}{289} \approx 1.038$ раз

ФИО: Никанора Евгеньевна 8D

Номер участника: 6284

6. Клавиатура представляет собой квадрат 3×3 с цифрами от 1 до 9, расположенными по строкам: в верхней строке — 1, 2, 3; в средней — 4, 5, 6; в нижней — 7, 8, 9.

Паша набирает четырёхзначный PIN-код на этой клавиатуре, причём все четыре цифры различны. Затем он поворачивает клавиатуру на 90° против часовой стрелки (см. рисунок) и снова набирает тот же PIN-код, считая, что клавиатура расположена правильно.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

клавиатура до поворота

3	6	9
2	5	8
1	4	7

клавиатура после поворота
(цифры повернуты для удобства)

$$P_{\text{до}} = 1000d_1 + 100d_2 + 10d_3 + d_4$$

$$P_{\text{после}} = 1000d'_1 + 100d'_2 + 10d'_3 + d'_4$$

$$A = P_{\text{до}} - P_{\text{после}}$$

$$A = 5$$

$$100(B' - B) + 10(C' - C) + (D' - D)$$

$$B = 1$$

$$A = 5, B = 4, C = 7, D = 8$$

$$5314 - 5178 = 136$$

Паша подбирает PIN-код таким образом, чтобы новый пароль был больше старого. Так, например, если до перевертывания Паша набрал PIN-код 1234, то после перевертывания, нажимая на кнопки в тех же местах, Паша наберёт 3692, и разность между старым и новым паролем (из нового вычитаем старый) будет равна $3692 - 1234 = 2458$.

А каким может быть наименьшее значение этой разности?

$$5314 - 5178 = 136$$

Ответ: 136.

7. На плоскости расположен город X. В трёх разных направлениях, под углом 120° друг к другу выехали мотоциклисты со скоростями 5, 10 и 12 км/ч.

Через сколько часов площадь треугольника, образованного мотоциклистами, станет равна $230\sqrt{3}$ кв. км?

$$d_1 = 5t$$

$$d_2 = 10t$$

$$d_3 = 12t$$

$$S = \frac{230\sqrt{3}}{4} t^2$$

$$230\sqrt{3} \text{ км}^2$$

$$\frac{t}{4} = 1 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin 120^\circ + \frac{1}{2} d_2 d_3 \sin 120^\circ + \frac{1}{2} d_3 d_1 \sin 120^\circ$$

$$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} (d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_3 d_1) = \frac{\sqrt{3}}{4} (5 \cdot 10 + 10 \cdot 12 + 12 \cdot 5) = 230\sqrt{3}$$