8 класс

XXI Олимпиада по математике

СИСТЕМАТИКА

Задача 1

a, b, c – действительные числа. Известно, что одно из выражений $a(b+c)+b(a+c)+c(a+b)$ и $a^2+b^2+c^2$ равно -2, а другое равно 3.

Чему равно значение выражения $|a+b+c|$?

Варианты ответа:

А. 0
Б. 1
В. 2
Г. 3

Задача 2

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ADC$ равен 60^o и $AB=AD=DC$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle BCA=70^o$

Варианты ответа:
А. 30^o
Б. 40^o
В. 70^o
Г. 110^o

Задача 3

Чему равно значение выражения:

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2025}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2026}\right)?$$

Задача 4

Положительные действительные числа a, b, c удовлетворяют равенствам: $a+b+ab=5$, $b+c+bc=11$, $c+a+ca=7$. Найдите произведение abc.

Варианты ответа:
А. 3
Б. 6
В. 8
Г. 12

Задача 5

Сколько существует трёхзначных чисел, которые при делении на число, составленное из их последних двух цифр, дают в частном свою последнюю цифру, а в остатке - ноль?

Варианты ответа:

А. 1
Б. 2
В. 3
Г. 5

Задача 6

В квадрате размером 10 × 10 клеток Незнайка провёл от 0 до 9 горизонтальных и от 0 до 9 вертикальных внутренних красных линий сетки (каждая — длиной 10). Очень умный и никогда не ошибающийся Знайка посчитал, что вариантов покрасить клетки квадрата в чёрный и белый так, чтобы клетки, соседствующие по красной стороне, были одного цвета, ровно 256. Варианты, которые отличаются поворотом или симметрией, Знайка считал различными. Сколько всего красных линий мог провести Незнайка? В ответе укажите сумму возможных количеств красных линий.

Варианты ответа:

А. 20
Б. 22
В. 24
Г. 25

Задача 7

Для любого натурального n сумму чисел от 1 до n обозначим через Sn. Какое из данных выражений нечётное?

А. $S_2+ S_3+ S_4+\ldots+ S_{2025}$

Б. $(S_2-1)*(S_3-1)*(S_4-1)*\ldots*(S_{2025}-1)$

В. $(S_1+ S_2)*(S_2+ S_3)+(S_2+ S_3) *(S_3+ S_4)+\ldots+(S_{2024}+ S_{2025})*(S_{2025}+ S_{2026})$

Г. $S_1* S_2+S_2* S_3+S_3* S_4 +\ldots+S_{2025}* S_{2026}$

Задача 8

Двадцать теннисистов сыграли турнир на выбывание. В каждом туре играли какие-то двое из участников, которые еще не выбыли. Оказалось, что Петя сыграл шесть партий, а Коля - пять. Какое наименьшее количество теннисистов могли сыграть только одну партию?

Варианты ответов:

А. 2
Б. 9
В. 10
Г. 11

Задача 9

В корпорации «Честность» все сотрудники разного возраста и знают возраста друг друга. Каждый человек говорит правду всем, кто старше него и врёт всем, кто младше него. Каждый сотрудник по одному разу спросил каждого из остальных: «Ты старше 30 лет?» Всего в ответ на эти вопросы слово «да» прозвучало 48 раз. Сколько сотрудников работает в корпорации?

Варианты ответов:

А. 13
Б. 24
В. 26
Г. 48

Задача 10

Назовём хорошим пятизначное число, у которого все цифры различны и идут строго по убыванию слева направо. Сумма трёх хороших пятизначных чисел — это число, у которого цифра десятков равна 6, а цифра сотен равна 5. Какое наименьшее и наибольшее значение может иметь эта сумма? В ответе запишите их сумму.

Варианты ответов:

А. 414123
Б. 459120
В. 493123
Г. 525123