9 класс

XXI Олимпиада по математике

СИСТЕМАТИКА

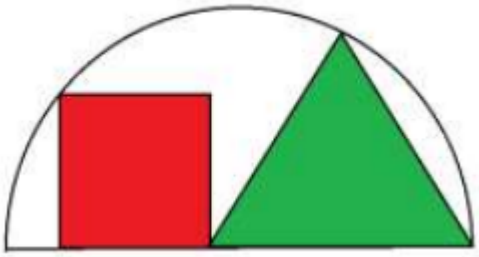
Задача 1

Чему равно значение выражения:
$(2025+2026)(2025^2+2026^2)(2025^4+2026^4)(2025^8+2026^8)(2025^{16}+2026^{16})(2025^{32}+2026^{32})$

Варианты ответа:

А. $2026^{64} - 2025^{64}$
Б. $2026^{63} + 2025^{63}$
В. $2026^{64} + 2025^{64}$
Г. 4051^{64}

Задача 2



Правильный треугольник и квадрат вписаны в полукруг так, как показано на рисунке (по одной стороне квадрата и треугольника лежат на диаметре, вершина квадрата совпадает с одной из вершин треугольника, две другие вершины треугольника и одна из вершин квадрата лежат на дуге). Что больше: площадь квадрата или площадь правильного треугольника?

Варианты ответа:

А. Площадь квадрата больше
Б. Площадь треугольника больше
В. Они равны
Г. Недостаточно данных для однозначного ответа

Задача 3

Квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ имеет целые корни. После замены p на $p+3$, а q на $q-6$ новое уравнение тоже имеет целые корни и ровно один общий корень с исходным. Найдите этот общий корень.

Варианты ответа:

А. -2
Б. 2
В. 3
Г. 6

Задача 4

Для любого натурального n сумму чисел от 1 до n обозначим через Sn. Какое из данных выражений нечётное?

А. $S_2+ S_3+ S_4+\ldots+ S_{2025}$

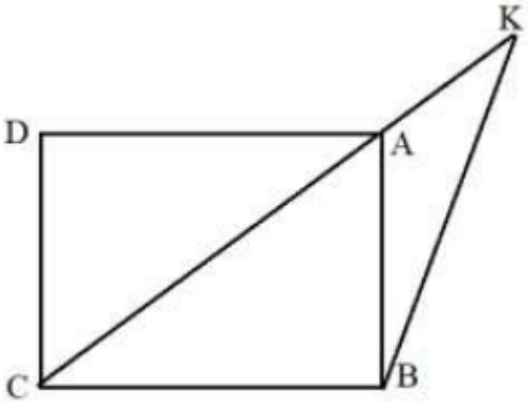
Б. $(S_2-1)*(S_3-1)*(S_4-1)*\ldots*(S_{2025}-1)$

В. $(S_1+ S_2)*(S_2+ S_3)+(S_2+ S_3)*(S_3+ S_4)+\ldots+(S_{2024}+ S_{2025})*(S_{2025}+ S_{2026})$

Г. $S_1* S_2+S_2* S_3+S_3* S_4 +\ldots+S_{2025}* S_{2026}$

Задача 5

На продолжении диагонали AC прямоугольника $ABCD$ за точку A взята точка K. Известно, что расстояния от K до вершин A, B и C равны 2, 4 и 8 соответственно. Чему равна площадь прямоугольника $ABCD$?



Варианты ответа:

А. 7.2
Б. 9.6
В. 14.4
Г. 17.0

Задача 6

Кирилл планирует поездку длиной 390 км и решает, хочет ли он сделать 2 получасовые остановки в пути или 3 такие же остановки. В первом случае его средняя скорость будет на 5 км/ч больше, чем во втором. С какой постоянной скоростью Кирилл едет между остановками?

Варианты ответа:

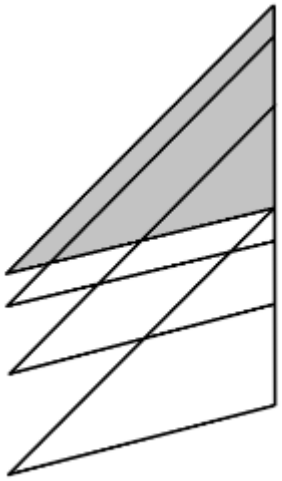
А. 60 км/ч
Б. 65 км/ч
В. 75 км/ч
Г. 78 км/ч

Задача 7

Васе задали на дом решить квадратное уравнение с ненулевыми коэффициентами вида $ax^2+bx+c=0$. Он перепутал местами коэффициенты при x и x^2. В итоге один из корней увеличился в 100 раз, а другой остался без изменений. Чему равен меньший корень исходного уравнения?

Задача 8

На плоскости расположены четыре одинаковых треугольника T_1, T_2, T_3, T_4, как на рисунке. T_1— верхний серый треугольник. Каждый следующий треугольник получен из предыдущего параллельным переносом вниз. Верхняя вершина треугольника T_4 совпадает с нижней вершиной треугольника T_1. Площадь пересечения T_1 и T_2 равна 25. Площадь пересечения T_2 и T_3 равна 16. Площадь пересечения T_3 и T_4 равна 9. Чему равна площадь треугольника T_1?



Варианты ответа:
А. 25
Б. 36
В. 49
Г. 50

Задача 9

Из прямоугольной доски 8×8 вырезали центральный квадрат 4×4. Какое наибольшее число не бьющих друг друга слонов можно поставить на такую доску? (Слон бьёт на любое количество клеток по диагонали, но не через дырку)

Варианты ответа:

А. 14
Б. 16
В. 18
Г. 20

Задача 10

Назовём хорошим пятизначное число, у которого все цифры различны и идут строго по убыванию слева направо. Сколькими способами можно представить число 278741 в виде суммы трёх хороших пятизначных чисел (не обязательно различных)? Порядок чисел в сумме не важен.

Варианты ответа:

А. 19
Б. 20
В. 24
Г. 29